

UNIVERZITET CRNE GORE
MAŠINSKI FAKULTET

Uroš Karadžić

ANALIZA FENOMENA PRELAZNIH PROCESA U HIDRAULIČKIM
SYSTEMIMA

Magistarski rad

Podgorica, 2004.

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANTU

Ime i prezime: Uroš Karadžić

Datum i mjesto rođenja: 08.05.1974., Šavnik

Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina diplomiranja:

Mašinski fakultet u Podgorici - smjer "Energetika", decembar 1999.

INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RADU

Naziv postdiplomskih studija: Energetika i procesna tehnika

Naslov rada: Analiza fenomena prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima

Fakultet na kojem je rad odbranjen: Mašinski fakultet u Podgorici

UDK, OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA

Datum prijave magistarskog rada: 21.01.2004.

Datum sjednice Vijeća univerzitetske jedinice na kojoj je prihvaćena tema: 25.05.2004.

Komisija za ocjenu teme i podobnosti kandidata: Prof. dr Milo Mrkić

Prof. dr Dečan Ivanović

Doc. dr Igor Vušanović

Mentor: Doc. dr Igor Vušanović

Komisija za ocjenu rada: Prof. dr Milo Mrkić

Doc. dr Anton Bergant

Doc. dr Igor Vušanović

Komisija za odbranu rada: Prof. dr Milo Mrkić

Doc. dr Anton Bergant

Doc. dr Igor Vušanović

Datum odbrane:

Datum promocije:

ANALIZA FENOMENA PRELAZNIH PROCESA U HIDRAULIČKIM SISTEMIMA

Izvod rada

U ovom radu su analizirani prelazni procesi u hidrauličkim sistemima. Izvedene su osnovne jednačine prelaznih procesa i prikazano njihovo rešavanje metodom karakteristika. Dati su i neki od graničnih uslova koji se mogu sresti u hidrauličkim sistemima. Posmatrani su pojava kavitacije i nestacionarnog trenja kao prateće pojave prelaznih procesa. Pojava kavitacije je modelirana DGCM modelom dok su za opisivanje nestacionarnog trenja korišćeni Brunone-ov i Zielke-ov model. DGCM model, Brunone-ov i Zielke-ov model nestacionarnog trenja su eksplicitno uvršteni u dijamantsku mrežu metode karakteristika. Dobijeni numerički rezultati su verifikovani upoređenjem sa eksperimentalnim rezultatima.

Ključne riječi: *prelazni procesi, hidraulički udar, parna i gasna kavitacija, nestacionarno trenje, metoda karakteristika, DGCM model.*

ANALYSIS FLUID TRANSIENTS PHENOMENA IN HYDRAULIC SYSTEMS

Abstract

In this work fluid transients in hydraulic systems are investigated. Basic water hammer equations are described and their solution by method of characteristics is represented. Also, some boundary conditions in hydraulic systems are represented. Cavitation and unsteady friction are investigated too. Cavitation is described by discrete gas cavity model (DGCM) and unsteady friction is described by two distinct unsteady friction models, the Brunone and the Zielke model. The DGCM model, the Brunone and the Zielke unsteady friction models are explicitly incorporated into the diamond grid of the method of characteristics. Numerical results are compared and verified with results of measurement.

Key words: *fluid transients, water hammer, vaporous and gaseous cavitation, unsteady friction, method of characteristics, DGCM (discrete gas cavity model).*

Sadržaj

Spisak oznaka	iii
1. Uvod	1
2. Fenomenologija prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima	3
2.1. Prelazni proces uzrokovan naglim zatvaranjem ventila	3
2.2. Fenomenologija pojave gasnih i parnih mjehurova tokom trajanja hidrauličkog udara	7
2.3. Nestacionarno trenje kao prateća pojava prelaznih procesa	8
3. Pregled stanja istraživanja prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima	10
3.1. Naučna dostignuća do druge polovine XX vijeka	10
3.2. Pravci istraživanja u drugoj polovini XX vijeka	14
4. Cilj rada	23
5. Matematički model za opisivanje fenomena hidrauličkog udara	24
5.1. Osnovne jednačine prelaznih procesa	24
5.2. Metoda karakteristika kao jedna od osnovnih metoda za rešavanje spregnutih jednačina matematičkog modela	31
5.3. Primjena metode karakteristika	32
5.4. Neki od graničnih uslova u hidrauličkim sistemima	36
6. Matematički model kavitacije i nestacionarnog trenja tokom prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima	57
6.1. Pojava kavitacije i njeno modeliranje primjenom DGCM modela	57

6.2. Matematičko modeliranje nestacionarnog trenja	65
7. Primjeri proračuna hidrauličkog udara sa razvijenim numeričkim modelom	73
7.1. Opis eksperimentalne instalacije za istraživanje fenomena hidrauličkog udara	73
7.2. Rezultati proračuna dobijeni razvijenim numeričkim modelom i njihovo poređenje sa rezultatima eksperimenta	75
7.2.1. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti statičkih napora na uzvodnom kraju cjevovoda	75
7.2.2. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti početne brzine strujanja fluida u cjevovodu	90
7.2.3. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti nagiba cjevovoda	96
7.2.4. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti početne brzine strujanja i konstantnu vrijednost statičkog napora za slučaj kada ne dolazi do pojave kavitacije	102
7.2.5. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za slučaj laganog i sporog zatvaranja ventila	110
8. Zaključak	117
Literatura	124
Prilog A: Izračunavanje brzine prostiranja poremećajnog talasa	I
Prilog B: Young-ov modul elastičnosti i Poisson-ov koeficijent za razne materijale	II
Prilog C: Modul elastičnosti i gustina nekih fluida	IV
Prilog D: Neki od rezultata proračuna	V

SPIŠAK OZNAKA

- A [m^2] - površina poprečnog presjeka cjevovoda
 A_v [m^2] - površina poprečnog presjeka na ventilu kroz koju protiče fluid
 A^* [-] - Vardy-Brown-ov koeficijent
 a [m/s] - brzina prostiranja poremećajnog talasa
 a_m [m/s] - brzina prostiranja poremećajnog talasa u smješi tečnost-gas
 a_1, a_2, a_3, a_4 - koeficijenti pumpne karakteristike
 B_1, B_v, B_3 - konstante u jednačinama DGCM modela
 C_a [s/m^2] - konstanta karakterističnih jednačina
 C_d [-] - koeficijent protoka
 C^* [-] - Vardy-Brown-ov koeficijent
 $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$ - konstante
 c_1 [-] - konstanta u izrazu za izračunavanje brzine poremećajnog talasa
 D [m] - prečnik cjevovoda
 D [m] - prečnik radnog kola pumpe
 E [Pa] - Young-ov modul elastičnosti
 E_m [-] - parametar ventila
 F_P [N] - sila pritiska
 F_R [N] - sila reakcije zidova cjevovoda
 F_G [N] - sila Zemljine teže
 F_I [N] - inercijalna sila
 F_T [N] - sila trenja
 f [-] - koeficijent trenja
 f_q [-] - kvazistacionarni koeficijent trenja
 f_u [-] - nestacionarni koeficijent trenja
 g [m/s^2] - gravitaciono ubrzanje
 H [m] - napor
 H_{stat} [m] - statički napor
 H_b [m] - barometarski napor
 H_v [m] - izmjerenja vrijednost napora isparavanja fluida za datu temperaturu
 H_{rez} [m] - visinska razlika nivoa fluida u rezervoaru i ulaznog presjeka cjevovoda
 h [-] - bezdimenzijski napor pumpe
 J_0 [Nms^2] - polarni moment inercije

K [1/s] - konstanta koja konvertuje vrijeme u njegov bezdimenzijski oblik
 k_3 [-] - Brunone-ov koeficijent u izrazu za nestacionarni koeficijent trenja
 L [m] - dužina cjevovoda
 M [Nm] - moment na vratilu pumpe
 M - broj članova sume za izračunavanje težinske funkcije
 m [kg] - masa
 m_k [-] - konstanta u izrazu za određivanje težinske funkcije
 N - broj članova sume za izračunavanje težinske funkcije
 N - broj podjela cjevovoda
 n [1/s] - broj obrtaja radnog kola pumpe
 n_q [-] - specifična učestanost obrtanja pumpe
 n_k [-] - konstanta u izrazu za određivanje težinske funkcije
 P [W] - snaga pumpe
 $p, \Delta p$ [Pa] - pritisak
 p_g^* [Pa] - apsolutni pritisak gasa
 p_v^* [Pa] - apsolutni pritisak isparavanja fluida
 p_d [Pa] - konstrukcioni pritisak
 Q [m³/s] - zapreminski protok
 Re [-] - Reynolds-ov broj
 T [K] - temperatura fluida
 $t, t^*, \Delta t$ [s] - vrijeme, vremenski korak integracije
 t_c [s] - vrijeme zatvaranja ventila
 V_f [m³] - zapremina fluida
 V_c [m³] - zapremina cijevi
 V_g [m³] - zapremina gasa
 $V, \Delta V$ [m³] - zapremina, zapremina između numeričkih čvorova
 v_0 [m/s] - početna brzina strujanja fluida u cjevovodu
 v [m/s] - brzina strujanja fluida u cjevovodu
 v [-] - bezdimenzijski protok kroz pumpu
 W [-] - Zielke-ova težinska funkcija
 W_0 [-] - Zielke-ova težinska funkcija u odnosu na početne uslove
 $x, \Delta x$ [m] - prostorna koordinata, prostorni korak integracije
 Y [m³/s²] - član momentne jednačine koji u sebi sadrži gubitke usled trenja

y [m] - prostorna koordinata

y_k [m⁴/s] - funkcija u izrazu za nestacionarni koeficijent trenja kod konvolucijskog modela

z [m] - visinska kota cjevovoda

Grčka slova

α [-] - bezdimenzijski broj obrtaja radnog kola pumpe

α_g [-] - udio gasa u smješi sa fluidom

β [-] - bezdimenzijski moment na vratilu pumpe

β_0 [-] - momentni korekcionni faktor

χ [m] - konstanta pozitivne karakteristične jednačine

δ [mm] - debljina zida cjevovoda

δ [m] - konstanta negativne karakteristične jednačine

ϵ [Pa] - modul elastičnosti fluida

ϵ [mm] - apsolutna hrapavost cjevovoda

η [-] - stepen korisnosti pumpe

λ_1, λ_2 - koeficijenti sa kojima se množe osnovne jednačine prelaznih procesa

ν [m²/s] - kinematska viskoznost fluida

ν [-] - Poisson-ov koeficijent

π - Ludolfov broj

Θ [-] - Allievi-jev parametar

θ [°] - ugao nagiba cjevovoda

ρ [kg/m³] - gustina fluida

ρ [-] - Allievi-jev parametar

σ [Pa] - normalni napon u zidu cijevi

τ [Pa] - tangencijalni napon

τ [-] - stepen otvorenosti ventila

τ [-] - bezdimenzijsko vrijeme

ω [1/s] - ugaona brzina radnog kola pumpe

ψ [-] - težinski koeficijent

ζ_u [-] - koeficijent lokalnih gubitaka na ulazu u cjevovod

ζ [-] - koeficijent lokalnih gubitaka na mjestu spoja dvije cijevi

ζ_v [-] - koeficijent lokalnog otpora ventila

Skraćenice

DGCM - Discrete Gas Cavity Model

DVCM - Discrete Vapor Cavity Model

GIVCM - Generalized Interface Vaporous Cavitation Model

Indeksi

Donji:

A - početna tačka pozitivne karakteristike

B - računska tačka iz prethodnog vremenskog koraka

C - početna tačka negativne karakteristike

in - ulazni

l - tečnost

lam - laminarno

max - maksimalno

min - minimalno

nom - nominalni

out - izlazni

P - tačka u kojoj se računaju nepoznate veličine

w - zid cjevovoda

0 - početni

Gornji:

"+" - oznaka pozitivne karakteristične linije

"-" - oznaka negativne karakteristične linije

1. Uvod

U mnogim tehničkim sistemima u kojima je voda radni fluid odigravaju se različite vrste prelaznih procesa, tokom kojih dolazi do značajnih promjena projektovanih radnih parametara sistema. Pod pojmom **prelazni proces** se podrazumijeva proces koji se odvija u nekom fizičkom sistemu za vrijeme prelaska sistema iz jednog stacionarnog stanja u drugo stacionarno stanje.

Nagla i nekontrolisana promjena projektovanih parametara sistema može uticati na sigurnost i pouzdanost u radu fizičkog sistema, kao i radni vijek postrojenja. Promjena parametara sistema koji su ključni za njegovu funkcionalnost i pogonsku spremnost, mora biti takva da se obezbijedi njegova visoka pouzdanost i funkcionalnost u toku radnog života postrojenja. Poznavanje prelaznih procesa kao i uslova koji do njih dovode predstavlja dobru podlogu za projektovanje sistema za upravljanje postrojenjima i uređajima kao i sigurnosnih uređaja za njihovu zaštitu. Pri tome se najčešće polazi od fizike procesa koji se posmatra, zatim od radnih parametara na kojima se proces odigrava i na kraju od fizičkog sistema gdje se proces odigrava. Prelazni procesi se javljaju u širokom spektru industrijskih procesa koje uključuju hidro i termo energetiku, sisteme vodosnabdijevanja i kanalizacije, industriju za proizvodnju nafte i zemnog gasa, hemijsku industriju itd.

Pri nagloj promjeni režima rada hidrauličkih turbomašina usled njihovog ispada iz pogona (nepažljivo rukovanje, havarija ili nestanak električne energije), redovnom uključivanju i isključivanju turbopumpi iz pogona, puštanju u rad i regulisanju vodnih turbina, pri naglom zatvaranju i otvaranju regulacionih ventila dolazi do nagle promjene brzine strujanja fluida u dovodnim i odvodnim cjevovodima hidroenergetskih postrojenja. Kao posledica ovih promjena formira se talas nadpritiska ili podpritiska koji se kroz protočni trakt hidrauličkog sistema prenosi brzinom bliskoj brzini zvuka. Intenzitet talasa pritiska može biti takav da može da dovede do ozbiljnih smetnji u radu hidropostrojenja, izazove značajna oštećenja pa čak i havariju elemenata sistema. **Hidraulički udar** predstavlja fenomen koji je sinonim za nestacionarno strujanje u cjevovodima. On je dobio ime zbog udarnog dejstva pritiskog talasa, koji se javlja tokom trajanja prelaznog

procesa. Hidraulički udar je pojava koja se često dešava i u kućanskim aparatima npr. naglo zatvaranje ventila u veš mašini.

Sa druge strane veoma niska vrijednost pritiska može izazvati pojavu parne kavitacije, najčešće na granicama sistema i najvišim tačkama cjevovoda, formiranje parnih čepova i mogućnost razdvajanja strujnog toka fluida u cjevovodu. Kada talas nadpritiska naiđe na parni mjehur dolazi do narušavanja ravnoteže sila na njegovoj površini koja dovodi do njegovog raspada. Raspad parnih mjehurova može izazvati velike pritiske koji se superponiraju sa nadpritisnim talasom i zajedno sa njim mogu izazvati ozbiljne smetnje vezane za pouzdan rad hidrauličkog sistema. Takođe, usled promenljive brzine strujanja, koeficijent trenja nema konstantnu vrijednost već se mijenja tokom trajanja prelaznog procesa i zahtijeva uvođenje posebnog modela za njegovo izračunavanje.

Iz naprijed navedenog, gdje je dat kratak osvrt na fenomene i pojave koje prate hidraulički udar, vidi se da je poznavanje i opisivanje ovih fenomena od izuzetnog značaja za pouzdan i siguran rad postrojenja. Modeliranje ovih fenomena je najbolji način za njihovo proučavanje, zajedno sa odgovarajućim eksperimentalnim analizama za kvantifikaciju razvijenih modela. Pri tome se teži da modeli budu što je moguće jednostavniji a sa dovoljno visokom preciznošću, tako da bi njihovi rezultati bili operativno upotrebljivi. Rezultati modelskih analiza služe kao podloga za izbor optimalnih režima rada postrojenja, kao i sigurnosnih uređaja i elemenata zaštite. Poznavanje dinamike prelaznih procesa je od posebne važnosti za predupređivanje ili smanjenje uticaja ovih fenomena na radne parametre sistema i funkcionalnost i pogonsku spremnost postrojenja. Kao elementi zaštite od neželjenog dejstva hidrauličkog udara u hidrauličkim sistemima koriste se razne vrste vodostana, vjetrenika i sigurnosnih ventila.

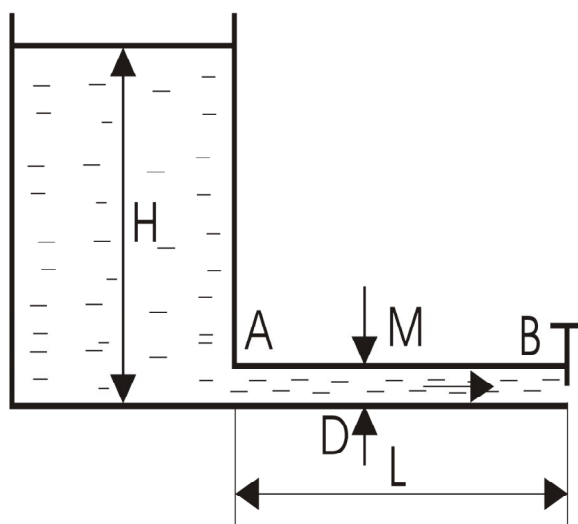
Prelazni procesi u hidrauličkim sistemima su do današnjih dana ostali izuzetno interesantna oblast za proučavanje. Moguće je pronaći brojne literaturne naslove koji se bave ovom fenomenologijom. Takođe, širom svijeta, su konstruisane brojne eksperimentalne instalacije u cilju dobijanja validnih rezultata za verifikaciju razvijenih numeričkih modela.

Sve ovo nam govori da su prelazni procesi u hidrauličkim sistemima pojava čije će proučavanje i modeliranje i u budućnosti biti veoma aktuelno.

2. Fenomenologija prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima

2.1. Prelazni proces uzrokovan naglim zatvaranjem ventila

Fenomen hidrauličkog udara se najlakše može opisati ako se posmatra pojednostavljeni fizički sistem rezervoar-cjevovod-ventil prikazan na Sl.2.1.



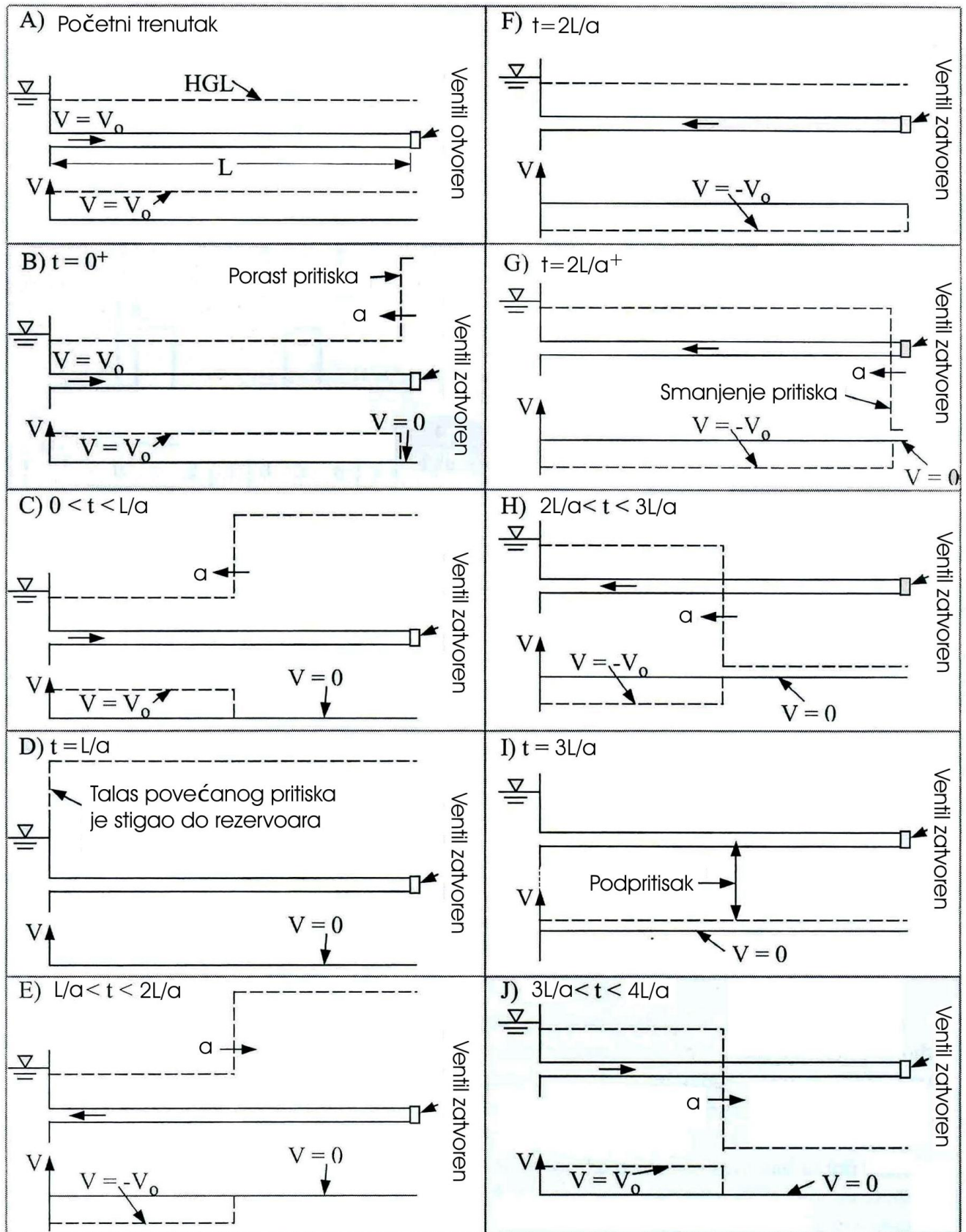
Slika 2.1. Prosti cjevovod sa rezervoarom na jednom i ventilom na drugom kraju

Iz rezervoara, čiji je nivo približno konstantan, ističe tečnost gustine ρ , kroz cijev proizvoljne dužine L , prečnika D , debljine zidova d , koja je napravljena od materijala čiji je Young-ov modul elastičnosti E . Prečnik, debljina i modul elastičnosti su isti duž cijevi, pa će i srednja brzina strujanja fluida u stacionarnom stanju biti ista u svim presjecima. Neka je njena vrijednost v_0 . Ako se zanemari trenje fluida pritisak u stacionarnom stanju je konstantan duž cjevovoda, i ima vrijednost p .

Zatvaranje cjevovoda, bilo da je ručno ili automatski, predstavlja jednu od najčešćih operacija koja se dešava tokom radnih režima rada postrojenja. Zatvaranje ventila može da bude jedna od rutinskih operacija koja je predviđena odgovarajućim tehnološkim postupkom u radu, a može da bude i jedna od mjera sigurnosti prilikom ispada nekog od djelova sistema iz rada. Naglo zatvaranje

ventila ($t=0^+$ Sl.2.2.B) izaziva naglo zaustavljanje sloja tečnosti u njegovoj neposrednoj blizini. Usled naglog smanjenja kinetičke energije i njene transformacije u elastičnu i potencijalnu, dolazi do lokalnog povećanja pritiska za Δp u odnosu na početnu vrijednost. Povećanje pritiska za posledicu ima deformaciju elastičnog cjevovoda, povećanje njegovog prečnika, a pored toga dolazi i do lokalnog povećanja gustine fluida. Informacija o lokalnom povećanju pritiska kreće se kroz sistem brzinom bliskoj brzini zvuka. U narednom trenutku zaustavlja se sledeći sloj tečnosti itd., sve dok se ne zaustavi cjelokupna tečnost koja se nalazi u cijevi ($0 < t < L/a$ Sl.2.2.C). Pod pretpostavkom da se talas povećanog pritiska kreće konstantnom brzinom a onda je vrijeme potrebno za zaustavljanje tečnosti u čitavoj cijevi L/a . U tom trenutku ($t=L/a$ Sl.2.2.D) talas povećanog pritiska je stigao do rezervoara. Pritisak u tački A sa strane cjevovoda je $p+\Delta p$ a sa strane rezervoara p , pa će usled razlike pritisaka doći do isticanja fluida iz cijevi u rezervoar brzinom $-v_0$. Usled isticanja fluida ka rezervoaru brzinom $-v_0$ dolazi do rasterećenja cjevovoda pritiskom sa $p+\Delta p$ na početnu vrijednost p . Poremećajni talas se kreće nazad prema ventilu, pritisak iza talasa ima vrijednost p a brzina strujanja fluida je $-v_0$ ($L/a < t < 2L/a$ Sl.2.2.E). U trenutku ($t=2L/a$ Sl.2.2.F) poremećajni talas je stigao do ventila, dok sva tečnost u cjevovodu i dalje struji prema rezervoaru. Kako je ventil skroz zatvoren, u njegovoj neposrednoj blizini u trenutku ($t=2L/a^+$ Sl.2.2.G) nema tečnosti koja bi održala brzinu strujanja $-v_0$. Ovo za posledicu ima trenutnu promjenu brzine sa vrijednosti $-v_0$ na vrijednost nula, što izaziva pad pritiska u tački B koji je sada jednak $p-\Delta p$. Talas smanjenog pritiska se kreće prema rezervoaru i izaziva ponovno zaustavljanje tečnosti u cijevi ($2L/a < t < 3L/a$ Sl.2.2.H). U trenutku ($t=3L/a$ Sl.2.2.I) fluid je zaustavljen u čitavoj cijevi i u svakom njenom presjeku vlada pritisak $p-\Delta p$. Kako sada pritisak u tački A sa strane rezervoara ima vrijednost p a sa strane cijevi $p-\Delta p$ dolazi do strujanja fluida iz rezervoara u cjevovod brzinom v_0 , pritisak raste na vrijednost p a poremećajni talas se kreće nazad prema ventilu ($3L/a < t < 4L/a$ Sl.2.2.J). U vremenskom trenutku ($t=4L/a$ Sl.2.2.A) tečnost je dovedena u prvobitno stanje kretanja i u njoj vladaju početni uslovi.

Na Sl.2.2 je prikazano prostiranje poremećajnog talasa, prouzrokovanog naglim zatvaranjem ventila, kroz sistem prikazan na Sl.2.1.



Slika 2.2. Prostiranje poremećajnog talasa kroz sistem

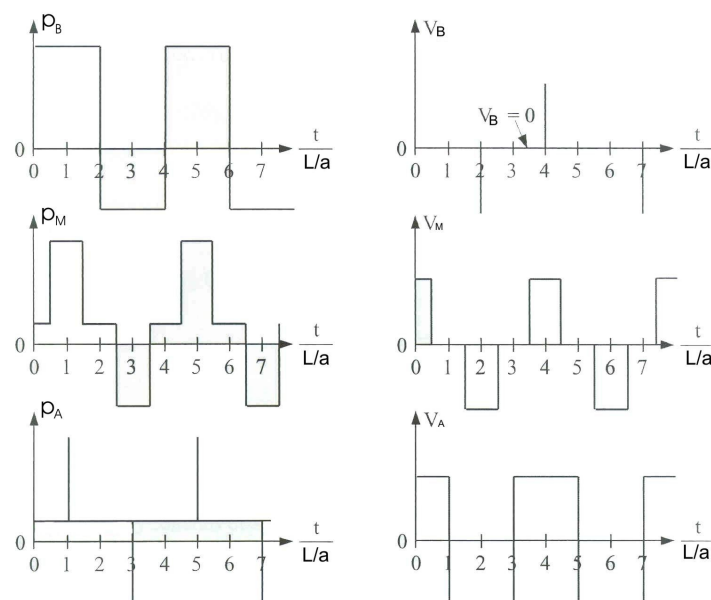
Vrijeme t_B naziva se vrijeme promjene u tački B i ono je jednako:

$$t_B = \frac{2L}{a} . \quad (2.1)$$

Za neki presjek udaljen od ventila za neku vrijednost (s) vrijeme promjene je jednako:

$$t_S = \frac{2(L-s)}{a} = t_B - \frac{2s}{a} . \quad (2.2)$$

Na osnovu izloženog vidi se da se pritisak u tački B mijenja naizmjenično od vrijednosti $p+Dp$ do vrijednosti $p-Dp$ sa periodom t_B što se manifestuje kao niz udaraca koji bi trajali beskonačno dugo kad ne bi bilo trenja. Ovi udarci se mogu registrovati i po karakterističnom zvuku kao i po treperenju same cijevi. Promjena pritiska i brzine u funkciji vremena, u tačkama A, B i srednjoj tački cijevi M data je na Sl.2.3. Ako se prilikom razmatranja posmatranog sistema u obzir uzme i trenje jasno je da će usled disipacije energije fluida doći do smanjenja amplitude oscilacija poremećajnog talasa sve do uspostavljanja novog stacionarnog stanja. Oscilacije poremećajnog talasa u cijevi biće prigušene.



Slika 2.3. Promjena brzine i pritiska tokom vremena u početnoj, srednjoj i krajnjoj tački cijevi

2.2. Fenomenologija pojave gasnih i parnih mjehurova tokom trajanja hidrauličkog udara

Tokom trajanja hidrauličkog udara često se dešava da pritisak u sistemu (cjevovodu) padne na vrijednost pritiska isparavanja tečnosti za poznatu lokalnu vrijednost temperature. U ovom slučaju dolazi do isparavanja fluida i pojave parnih mjehurova. Ovaj fenomen je poznat u literaturi kao kavitacija. Kada se formirani mjehurovi izlože talasu povećanog pritiska, koji se kreće kroz sistem, dolazi do njihovog raspada što izaziva dodatni porast i fluktuacije pritiska u fluidu. Nakon raspada mjehurova fluid koji se nalazio u parnoj apsorbira se u tečnu fazu. U radnom fluidu takođe postoji i mala količina slobodnog i rastvorenog gasa. Mjehurovi gasa i pare mogu da se spoje u parne čepove i da izazovu razdvajanje stuba tečnosti. Ovo je tzv. lokalna kavitacija koja se najčešće javlja na granicama sistema, na najvišim tačkama cjevovoda i u njegovim središnjim tačkama ako se superponiraju dva talasa niskog pritiska [9]. Mjehurovi takođe mogu da se kreću zajedno sa strujom fluida i ova pojava je poznata kao tzv. distributivna kavitacija [6]. Pored ove podjele kavitacioni tok se dijeli prema [72] na:

- Ø Jednokomponentni dvofazni kavitacijski tok (pojava parnih mjehurova i razdvajanja stuba tečnosti);
- Ø Dvokomponentni dvofazni kavitacijski tok (gasna kavitacija, slobodni gas u struji fluida).

Pojava kavitacije za vrijeme trajanja hidrauličkog udara bitno utiče na brzinu prostiranja poremećajnog talasa jer je njegova brzina nekoliko puta manja u gasnoj nego u tečnoj fazi.

Do danas je razvijeno više matematičkih i numeričkih modela za opisivanje i rešavanje parne i gasne kavitacije [6]. Neki modeli kao što je npr. Odvojeni parni kavitacijski model (Discrete Vapour Cavity Model - DVCM) "sakupljaju" parne mjehurove u numeričke čvorove a između njih pretpostavljaju da se nalazi samo tečna faza, dok drugi kao npr. Uopšteni interfejs parno kavitacijski model (Generalized Interface Vaporous Cavitation Model - GIVCM) rešavaju jednačine homogene smješe voda-para. U ovom radu posebna pažnja je posvećena tzv. Odvojenom gasnom kavitacijskom modelu (Discrete Gas Cavity Model - DGCM).

2.3. Nestacionarno trenje kao prateća pojava prelaznih procesa

Koeficijent trenja, kojim se opisuje sila trenja u cjevovodu, tokom trajanja hidrauličkog udara razlikuje se od koeficijenta trenja za slučaj stacionarnog strujanja. Ova razlika se pojavljuje zbog razlike u profilu brzine i promjene režima strujanja iz laminarnog u turbulentno i obratno. Veličina odstupanja zavisi od uslova strujanja (brz ili spor prelazni proces, laminarno ili turbulentno strujanje) i osobina fluida (viskoznost). Stacionarni koeficijent trenja može se koristiti za spore prelazne procese kada se tangencijalni napon na zidu cijevi ponaša kvazistacionarno. Koeficijent trenja se, dakle može izraziti kao zbir dva člana, kvazistacionarnog i nestacionarnog [3], [7], [12]:

$$f = f_q + f_u \quad (2.3)$$

Kvazistacionarni član u prethodnoj jednačini (f_q) se određuje u funkciji Reynoldsovog broja i relativne hrapavosti cjevovoda.

Do danas je razvijen veliki broj modela za određivanje nestacionarnog koeficijenta trenja (f_u) i oni se mogu podijeliti u šest grupa [7].

- ∅ koeficijent trenja zavisi od trenutne srednje brzine strujanja v ;
- ∅ koeficijent trenja zavisi od trenutne srednje brzine strujanja v i trenutnog lokalnog ubrzanja $\partial v / \partial t$;
- ∅ koeficijent trenja zavisi od trenutne srednje brzine strujanja v , trenutnog lokalnog ubrzanja $\partial v / \partial t$ i trenutnog konvektivnog ubrzanja $a \partial v / \partial x$ - Brunone-ov model;
- ∅ koeficijent trenja zavisi od trenutne srednje brzine strujanja v i difuzije $\partial^2 v / \partial x^2$;
- ∅ koeficijent trenja zavisi od trenutne srednje brzine strujanja v i težinske funkcije $W(t)$ koja uzima u obzir promjenu brzine u prethodnim vremenskim trenucima tzv. Zielke-ov (konvolucijski) model;
- ∅ određivanje koeficijenta trenja je zasnovano na pretpostavci poprečne raspodjele trenutne srednje brzine strujanja -2D model.

Nasuprot 1D modelima koji, na različite načine, indirektno uključuju u proračun trenutnu promjenu profila brzine, pomoću empirijskih koeficijenata i

težinskih funkcija, 2D modeli nestacionarnog trenja u svakom vremenskom trenutku, računaju trenutne brzinske profile i odgovarajuće gubitke energije. Kompjutersko vrijeme i memorija su za 2D modele mnogo veći u odnosu na 1D modele.

U ovom radu posebna pažnja je posvećena Brunone-ovom i konvolucijskom 1D modelu za određivanje nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja.

3. Pregled stanja istraživanja prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima

U narednih nekoliko rečenica je hronološki naveden istorijat proučavanja prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima. Navedena su imena najznačajnijih istraživača u ovoj oblasti i ukratko prezentiran njihov doprinos rešavanju problematike.

3.1. Naučna dostignuća do druge polovine XX vijeka

Proučavanje prelaznih procesa počelo je sa istraživanjem prostiranja zvučnih talasa u vazduhu, prostiranja talasa po mirnoj površini vode i strujanja krvi kroz krvne sudove [20].

Newton (1687 god.) i Lagrange (1788 god.) su dobili vrijednosti za brzinu zvuka u vazduhu teorijski i eksperimentalno. Teorijska vrijednost je bila 298.4 (m/s) a eksperimentalna 348 (m/s). Lagrange je pogrešno, ovu razliku objasnio greškom u eksperimentu dok je Newton ispravno tvrdio da je teorijska vrijednost pogrešna usled prisustva vodene pare u vazduhu čiji uticaj nije uzet u obzir. Newton je takođe izveo i pogrešan izraz za brzinu prostiranja vodenog talasa u otvorenim kanalima kao $p\sqrt{L/g}$, gdje je L dužina talasa [20].

Euler (1775 god.) je razvio detaljnu teoriju i izveo parcijalnu diferencijalnu jednačinu prostiranja elastičnih talasa u obliku $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$. On je takođe dobio i opšte rešenje ove jednačine. Pokušao je, bezuspješno, da nađe i analitički izraz koji bi opisivao strujanje krvi u arterijama [20].

Lagrange (1788 god.) je proučavao strujanje stišljivog i nestišljivog fluida. U tu svrhu on je razvio koncept *potencijala brzine*. Takođe, izveo je i korektan izraz za brzinu talasa u kanalima kao \sqrt{gd} gdje je d dubina kanala [20].

Monge (1789 god.) je razvio grafičku metodu za rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina i uveo pojam *metoda karakteristika* [20].

Laplace (1808 god.) je utvrdio razlog razlike teorijske i eksperimentalne vrijednosti brzine zvuka u vazduhu. On je objasnio da su relacije koje su dobili

Newton i Lagrange bile zasnovane na **Boyle**-vom zakonu i da on ne važi kada temperatura vazduha ne ostaje konstantna. Zaključio je da teorijska vrijednost brzine raste za oko 20% kada se izotermiski uslovi zamijene adijabatskim [20].

Young (1808 god.) je izučavao strujanje u krvotoku, gubitke usled trenja, gubitke u koljenima cjevovoda i prostiranje talasa pritiska u cijevima [20].

Helmholtz (1810 god.) je prvi utvrdio da je brzina prostiranja talasa pritiska manja u vodi koja se nalazi u cijevi nego u neograničenoj vodi [20].

Weber (1866 god.) je proučavao strujanje nestišljivog fluida u elastičnim cijevima i izveo eksperiment za određivanje brzinu prostiranja poremećajnog talasa. Takođe je izveo jednačinu kontinuiteta i jednačinu promjene količine kretanja za slučaj prelaznih pojava [20].

Riemann (1869 god.) je izveo i primijenio trodimenzionalnu jednačinu kretanja kao i njen uprošćeni jednodimenzioni oblik za brzinu zvuka i treperenje strune [20].

Marey (1875 god.) je izveo seriju eksperimenata da bi odredio brzinu prostiranja poremećajnog talasa u vodi i živi i zaključio da ona ne zavisi od amplitude pritiskog talasa (talasa pritiska), da je tri puta veća u živi nego u vodi i da je proporcionalna elastičnosti cijevi [20].

Resal (1876 god.) je razvio jednačinu kontinuiteta, jednačinu promjene količine kretanja (kao i Weber) i talasnu jednačinu drugog reda i uporedio svoje analitičke rezultate sa Marey-ovim eksperimentima [20].

Rayleigh (1877 god.) je objavio svoju knjigu o teoriji zvuka koja je sumirala prethodne studije i njegova sopstvena istraživanja [20].

Korteweg (1878 god.) je prvi izračunao brzinu prostiranja talasa uzimajući u obzir i stišljivost fluida i elastičnost cijevi. Ranija istraživanja su uzimala u obzir samo jedno ili drugo [20].

Michaud (1878 god.) je među prvima proučavao problem hidrauličkog udara i konstruisao i upotrijebio vjetrenik i sigurnosni ventil kao sisteme zaštite. Neka kasnija istraživanja su pokazala da se prvi sa problemom hidrauličkog udara u cjevovodima bavio **Menabrea** (1858 god.) [20].

Gromeka (1883 god.) je prvi uključio gubitke energije usled trenja prilikom razmatranja problema hidrauličkog udara [20].

Weston (1885 god.) i Carpenter (1894 god.) su izveli brojne eksperimente da bi razvili teorijsku vezu između smanjenja brzine strujanja fluida u cijevi i odgovarajućeg porasta pritiska. Nijesi uspjeli u svojim nastojanjima jer su eksperimente vršili na kratkim cjevovodima [20].

Frizell (1898 god.) je predstavio analizu hidrauličkog udara zasnovanu na studiji koju je izveo dok je radio kao inženjer u hidroelektrani Ogden, Utah, USA koja je imala 9449 (m) dug dovodni cjevovod. On je razvio izraz za brzinu prostiranja poremećajnog talasa i izraz za porast pritiska izazvane trenutnim zaustavljanjem strujnog toka. On je utvrdio da je brzina prostiranja poremećajnog talasa jednaka brzini zvuka ako je fluid neograničen i cjevovod apsolutno krut (neelastičan). On je također razmatrao uticaj račvanja cjevovoda na refleksiju i brzinu poremećajnog talasa. Iako veoma koristan i sadržajan Frizell-ov rad nije toliko korišćen i citiran kao radovi njegovih savremenika Joukowsk-og i Allievi-a [20].

Joukowski (1897 god.) je na osnovu brojnih eksperimenata koje je izveo i na osnovu teorijskih studija napisao i objavio svoju osnovnu teoriju o hidrauličkom udaru. On je izveo formulu za brzinu prostiranja poremećajnog talasa, uzimajući u obzir i stišljivost fluida i elastičnost cijevi. Takođe je uspostavio, vezu između smanjenja brzine strujanja fluida i porasta pritiska u njemu. Ova veza je data sledećim izrazom $\Delta H = -a\Delta V / g$. Proučavao je i uticaj vjetrenika, vodostana i sigurnosnih ventila kao sistema zaštite od hidrauličkog udara. Utvrdio je i da se maksimalna vrijednost pritiska postiže ako je vrijeme zatvaranja ventila na kraju cijevi manje od $2L/a$, gdje je L -dužina cijevi, a -brzina prostiranja poremećajnog talasa. Sa povećanjem vremena zatvaranja ventila smanjuje se i dejstvo hidrauličkog udara [20].

Allievi (1902 god.) je razvio svoju sopstvenu osnovnu teoriju hidrauličkog udara. Dinamička jednačina koju je on izveo bila je tačnija od jednačine koju je izveo Korteweg. On je pokazao da se član u momentnoj jednačini $v(\partial v/\partial x)$ može izostaviti jer nije uticajan kao ostali članovi u njoj. Allievi je dobio izraz za porast pritiska na ventilu u funkciji vremena zatvaranja ventila i predstavio dijagram porasta i smanjenja pritiska koji je dobio zatvaranjem i otvaranjem ventila. Uveo je i dva bezdimenzijska parametra, $r = aV_0 / 2gH_0$ koji predstavlja odnos kinetičke i potencijalne energije i $\Theta = aT_C / 2L$ koji predstavlja karakteristiku

ventila, gdje je T_c vrijeme zatvaranja ventila. On je pokazao da vrijednost napora dobijena naglim zatvaranjem ventila ne može preći njegovu dvostruku statičku vrijednost [20].

Braun (1909 god.) je predstavio jednačine slične jednačinama koje je dao Allievi i tvrdio je da je on njihov autor kao i da je prije Allievi-a izveo bezdimenzijske parametre hidrauličkog udara [20].

Johnson (1915 god.) je predstavio formulu za određivanje maksimalnog pritiska za slučaj sporog zatvaranja predturbinskog zatvarača. On je (1920 god.) dao kriterijume na osnovu kojih se mogla odrediti praktična primjena njegove formule [1].

Camichel (1919 god.) je pokazao da napor izazvan naglim zatvaranjem ventila ne može dostići dvostruku vrijednost statičkog napora ako nije ispunjen uslov $H_0 > aV_0 / g$ gdje je H_0 statički napor, V_0 početna brzina strujanja fluida [20].

Constantinescu (1920 god.) je opisao mehanizam za prenošenje mehaničke energije pomoću pritisnih talasa hidrauličkog udara [20].

Gibson (1920 god.) je po prvi put, bazirajući se na rezultatima koje je dobio Joukowski, u analizu uveo nelinearne gubitke usled trenja. On je (1923 god.) izumio uređaj koji je na osnovu promjene pritiska mjerio protok kroz turbinu [20].

Strowger i Kerr (1926 god.) predstavili su analizu u kojoj se korak po korak računa promjena brzine obrtanja hidrauličke turbine. Promjena brzine obrtanja je uzrokovana promjenom protoka kroz turbinu. Analiza je takođe sadržavala i proračun promjene pritiska na ulazu u turbinu [20].

Wood (1926 god.) je u svojoj diskusiji analize hidrauličkog udara Strowger-a i Kerr-a uveo grafičku metodu za njegovo rešavanje [20].

Lowy (1928 god.) je nezavisno od Wood-a, razvio i predstavio identičnu grafičku metodu za rešavanje hidrauličkog udara. Takođe je proučavao promjenu pritiska izazvanu laganim otvaranjem ventila u cjevovodu. U analizu je uključio i gubitke usled trenja preko odgovarajućeg člana u parcijalnim diferencijalnim jednačinama [20].

Schnyder (1929 god.) je u analizu hidrauličkog udara u cijevi povezanoj sa centrifugalnom pumpom uključio uticaj pumpe preko njene karakteristike. On je (1932 god.) prvi u grafičku metodu uveo i gubitke usled trenja [20].

Bergeron (1931 god.) je proširio primjenu grafičke metode i pomoću nje izračunao dejstvo poremećajnog talasa u središnjim tačkama cjevovoda. On je (1937 god.) objavio teoriju o prostiranju elastičnih talasa kroz različite sredine [20].

Angus (1938 god.) je proučavao pojavu kavitacije i razdvajanja strujnog toka za vrijeme trajanja prelaznog procesa [20].

Rich (1945 god.) je za analizu hidrauličkog udara u cjevovodu koristio Laplasove transformacije [20].

Jaeger i Parmakian (1940-1960 god.) su objavili veliki broj veoma značajnih radova iz oblasti analize hidrauličkog udara. Njihovi radovi su bili osnov za mnoga kasnija otkrića iz oblasti teorije prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima [20].

3.2. Pravci istraživanja u drugoj polovini XX vijeka

U novije doba pravci istraživanja u oblasti prelaznih procesa mogu se podijeliti u nekoliko oblasti: sistemi zaštite od hidrauličkog udara, pojava kavitacije i razdvojenog toka prilikom prelaznih pojava, prelazne pojave u dvofaznom toku, uvođenje nestacionarnog koeficijenta trenja itd.

Parmakian (1950 god.) je analizirao vazdušni ventil u čeličnim cjevovodima [20].

Parmakian (1953 god.) je predstavio metod kontrole talasa povećanog pritiska pomoću vodostana u pumpnoj stanici *Tracy, California, USA* [20].

Gray (1953 god.) je uveo metodu karakteristika u kompjutersku analizu hidrauličkog udara [20].

Evans i Crawford (1954 god.) su formirali dijagram za vjetrenik u pumpnim sistemima [20].

Daily (1956 god.) je zaključio da koeficijent trenja za vrijeme trajanja prelaznog procesa zavisi od trenutne srednje brzine strujanja i trenutnog lokalnog ubrzanja. Njegov model su prihvatili Carstens i Roller (1959 god.), Safwat i van der Polder (1973 god.), Kurokawa i Morikawa (1986 god.), Shuy i Apelt (1987 god.) Golia (1990 god.) Kompere (1995 god.) [8].

Ruus (1957 god.) je bio prvi koji je predstavio proceduru za računanje postepenog zatvaranja ventila koju je nazvao *optimalno zatvaranje ventila* tako da maksimalni pritisak ostaje u dozvoljenim granicama [20].

Jordan (1958 god.) objavio rad u kojem je predstavio zakon zatvaranja "shutoff" ventila [29].

Streeter (1963 god.) je objavio publikaciju sa analizom koja je koristila metodu karakteristika i kompjuter za proračun prelaznih procesa [20].

Jordan (1964 god.) je proučavao hidraulički udar u hidroelektranama i pumpnim postrojenjima [30].

Lescovich (1967 god.) je analizirao kontrolu hidrauličkog udara pomoću automatskog ventila [20].

Jordan (1967 god.) je proučavao smanjenje dejstva hidrauličkog udara povećanjem momenta inercije vodne turbine [31].

Streeter i Wylie (1967 god.) su napisali i objavili knjigu "*Hydraulic transients*" koja je u prvi plan za rešavanje problema prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima izbacila metodu karakteristika i primjenu računara. Grafoanalitičke metode za rešavanje hidrauličkog udara postale su prošlost.

Holmboe i Roleau (1967 god.) su izvršili niz eksperimenata za laminarno i turbulentno prelazno strujanje [48], [52], [74].

Zielke (1968 god.) je razvio model nestacionarnog trenja za prelazno laminarno strujanje [74]. Po njemu nestacionarni član u izrazu za koeficijent trenja zavisi od trenutne srednje brzine strujanja fluida i od težinske funkcije koja uzima u obzir promjenu brzine strujanja u prethodnim vremenskim trenucima. **Zielke-ov** model su kasnije prihvatili i unaprijedili **Trikha** (1975 god.), **Achard i Lespinard** (1981 god.), **Arlt** (1983 god.), **Kagawa** (1983 god.), **Brown** (1984 god.), **Yigang i Jing-Chao** (1989 god.), **Suzuki** (1991 god.), **Vardy** (1992 god.), **Schohl** (1993 god.) **Vardy i Brown** (1995 god.), **Shuy** (1995 god.) **Zarzycki** (1997 god.) [8].

Evangelisti (1969 god.) je uradio analizu hidrauličkog udara koristeći takođe metodu karakteristika za njegovo rešavanje [20].

Pejović i Grozdanić (1969 god.) su objavili rad u kojem su se bavili problemom hidrauličkog udara u pumpnom sistemu sa nekoliko pumpi [40].

Bechteler (1969 god.) je objavio rad u kojem je izveden proračun hidrauličkog udara sa vodostanom kao sistemom zaštite primjenom digitalnog i analognog kompjutera [20].

Ruus i Chaudhry (1969 god.) su izveli analizu graničnih uslova za vodostan i vjetrenik [20].

Chaudhry (1969 god.) je izvršio klasifikaciju graničnih uslova u analizi prelaznih procesa [20].

Streeter (1969 god.) je razvio i publikovao DVCM (Discrete Vapour Cavity Model) model za opisivanje parne kavitacije u cjevovodima. On je uzeo u obzir i nestacionarnost koeficijenta trenja. DVCM model kasnije su razvijali Safwat i van der Polder (1973 god.), Kot i Youngdahl (1978 god.), Miwa (1990 god.) [53].

Wood i Funk (1970 god.) su računanje nestacionarnog koeficijenta trenja zasnivali na teoriji poprečne distribucije trenutne brzine strujanja. Ovaj model je u sebi sadržavao i uticaj graničnog sloja i disipaciju energije tokom trajanja prelaznog procesa. Svoje radove bazirane na njihovom modelu su kasnije objavili Ohmi (1985 god.), Bratland (1986 god.), Vardy i Hwang (1991 god.), Eichinger i Lein (1992 god.), Silva-Araya i Chaudhry (1997 god.), Vennatro (1998 god.) Pezzinga (1999 god.) [8].

Vušković i Pejović (1971 god.) su se bavili prelaznim režimima kod hidroelektrana sa reverzibilnim agregatima [67].

Kalkwijk i Kranenburg (1971 god.) su prvi predstavili matematički model za opisivanje distributivne kavitacije i razdvajanje strujnog toka [20]. Unapređenje ovog modela su kasnije uradili Wylie i Streeter (1978 god.), Streeter (1983 god.), Simpson (1986 god.), Golia i Greco (1990 god.) [53].

Kranenburg (1974 god.) je proučavao probleme nastale raspadom kavitacijskih mjehurova u sistemu izloženom dejstvu hidrauličkog udara [53].

Trikha (1975 god.) je smanjio kompjutersko vrijeme potrebno za računanje Zielke-ovog konvolucijskog modela uvodeći aproksimativnu vrijednost težinske funkcije. Slično je uradio i Kagawa (1983 god.) [65].

Ikeo i Cobori (1975 god.) su uradili analizu hidrauličkog udara u cjevovodu sa dva ventila [20].

Pejović i Krsmanović (1976 god.) su objavili rad na temu prelaznih procesa u cjevovodima [41].

Provoost (1976 god.) proučavao pojavu kavitacije za vrijeme trajanja hidrauličkog udara [6].

Jordan (1977 god.) se bavio problematikom prelaznih procesa kod cijevnih turbina [32].

Pejović i Jordan (1977 god.) su dali teorijsku analizu prelaznih režima u hidrauličkim sistemima [33], [42].

Strohmer (1977 god.) je izvršio istraživanje karakteristika "shutoff" ventila testiranjem modela [20].

Hino (1977 god.) je napravio model nestacionarnog trenja u kojem nestacionarni član u izrazu za trenje zavisi od trenutne srednje brzine strujanja fluida. Njegov model su kasnije prihvatili **Brekke** (1984 god.) i **Cocchi** (1988 god.) [8].

Wylie i Streeter (1978 god.) objavili knjigu "*Fluid transients*" u kojoj su sumirana dotadašnja iskustva iz oblasti prelaznih procesa [71]. Ova publikacija je doživjela nekoliko izdanja a 1993 god. isti autori su objavili knjigu "*Fluid transients in systems*" koja je do današnjih dana ostala osnovna literatura za sve koji se bave izučavanjem prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima [72].

Chaudhry (1979 god.) napisao i objavio knjigu "*Applied hydraulic transients*" u kojoj je akcenat stavljen na konkretno rešavanje inženjerskih problema bez suvišnih teorijskih objašnjenja [20]. Kao i Wylie i Streeter-ova publikacija takođe se smatra obaveznom literaturom u ovoj oblasti.

Pejović, Krsmanović, Gajić i Obradović (1980 god.) objavili rad na temu havarije u hidroelektranama sa Kaplanovim turbinama usled dejstva hidrauličkog udara [43].

Obradović (1980 god.) je dao opšti matematički model prelaznih procesa u hidroelektranama sa Kaplanovim i cijevnim turbinama [39].

Provoost i Wylie (1981 god.) su razvili DGCM (Discrete Gas Cavity Model) model kao alternativu DVCM modelu [6].

Wylie (1983 god.) daje prednost tzv. dijamantskoj numeričkoj mreži za rešavanje jednačina prelaznih procesa u odnosu na klasičnu pravougaonu numeričku mrežu [70].

Martin (1983 god.) je pokazao da vrijednost napora izazvana raspadom kavitacijskog mjehura može dostići napor izazvan naglim zatvaranjem ventila.

Slične zaključke su kasnije izveli **Simpson** (1986 god.), **Simpson i Wylie** (1991 god.), **Bergant** (1992 god.) [6].

Shuy i Apelt (1983 god.) su pokazali da numerički model hidrauličkog udara sa kvazistacionarnim trenjem daje dobre rezultate za spore prelazne procese [8].

Wylie (1984 god.) objavio rad "Simulation of vaporous and gaseous cavitation" u kojem su detaljno opisane jednačine DGCM modela i predstavljeno njihovo numeričko rešavanje [70].

Ellias i Mualla (1984 god.) su proučavali dinamičko ponašanje sigurnosnih leptirastih ventila i uvrstili njihove jednačine u numerički model hidrauličkog udara [2].

Zielke i Perko (1985 god.) razvijaju metodu za određivanje količine oslobođenog gasa u fluidu tokom trajanja prelaznog procesa [9].

Winkler i Satler (1988 god.) su izvršili unapređenje u modeliranju ventila primjenom metode karakteristika za rešavanje prelaznih procesa [2].

Schneider (1989 god.) je proučavao ponašanje sigurnosnog leptir ventila [2].

Brunone (1991 god.) je razvio sopstveni model za određivanje nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja prema kojem je on funkcija trenutne srednje vrijednosti brzine strujanja fluida, vrijednosti trenutnog lokalnog ubrzanja i vrijednosti trenutnog konvektivnog ubrzanja [16]. Njegov model su u svojim radovima prihvatili **Bughazem i Anderson** (1996 god.) [8].

Vardy i Hwang (1991 god.) su pokazali dobro slaganje između **Zielke-ove** težinske funkcije i 2D modela za nestacionarno trenje [59].

Brunone, Golia i Greco (1991 god.) su predstavili jednačine kretanja koje u sebi sadrže momentni i energijski korekcionni faktor. Zaključili su da se momentni korekcionni faktor ne mijenja puno tokom trajanja prelaznog procesa [16].

Bergant i Simpson (1992 god.) proširili raniji **Simpson-ov** model distributivne kavitacije na sve tipove i konfiguracije cjevovoda [5], [53].

Almeida i Koelle (1992 god.) predstavljaju momentnu jednačinu koja u sebi sadrži korekcionni faktor kao i korekcionni faktor kinetičke energije. Ove jednačine sadrže dodatne parcijalne izvode korekcionnih faktora po vremenu i prostoru [10].

Chen (1992 god.) je zaključio da se momentni korekcionni faktor ne mijenja puno tokom vremena i eksperimentalno je odredio njegovu vrijednost [21].

Fan i Tijsseling (1992 god.) su se bavili interakcijom između fluida i materijala cjevovoda kroz koji fluid struji tokom trajanja prelaznog procesa. U obzir su uzeli i pojavu kavitacije. Ovom problematikom su se dalje bavili Tijsseling (1993 god.), Tijsseling i Vardy (1996 god.), Wiggert (1996 god.) [57], Tijsseling, Vardy i Fan (1996 god.) [58], Wiggert i Tijsseling (2001 god.) [9], Misra, Behdinan i Cleghorn (2002 god.) [35].

Vardy, Hwang i Brown (1993 god.) izvršili određivanje težinske funkcije u Zielke-ovom modelu za nestacionarni koeficijent trenja za slučaj turbulentnog strujanja u hidraulički glatkim cijevima, smatrajući da viskoznost fluida ostaje konstantna u graničnom sloju a da u unutrašnjosti ima beskonačnu vrijednost [60].

Bergant i Sijamhodžić (1994 god.) predstavili matematički model prelaznih procesa uzrokovanih "shutoff" ventilima [2].

Liggett i Chen (1994 god.) su predstavili inverznu analizu prelaznih procesa zasnovanu na matričnom metodu [22].

Bergant i Simpson (1995 god.) su objavili izvještaj u kojem su detaljno opisali svoju eksperimentalnu instalaciju koju su konstruisali specijalno za izučavanje problema hidrauličkog udara [4]. Rezultati mjerenja dobijeni na ovoj instalaciji poslužili su, a služe i dalje, za verifikaciju mnogobrojnih numeričkih modela širom svijeta. Isti autori su do danas objavili veliki broj radova koristeći svoje eksperimentalne rezultate.

Vardy i Brown (1995 god.) su izvršili korekciju svog ranijeg rada za određivanje težinske funkcije tako što su uzeli da se viskoznost fluida u graničnom sloju mijenja linearno dok u jezgru i dalje ima beskonačnu vrijednost [61].

Pezzinga (1995 god.) je objavio rad u kojem je, koristeći eksperimentalne i numeričke rezultate, za smanjenje oscilacija pritiska koristio plastičnu cijev [44]. Svoja istraživanja je (2002 god.) proširio i na cijevne mreže [47].

Brunone, Golia i Greco (1995 god.) su proučavali uticaj dvodimenzionalnosti profila brzine na modeliranje prelaznih procesa [17].

Ghidaoui i Karney (1995 god.) su predstavili alternativni model za transformaciju parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa u jednačine karakteristika [24].

Silva-Araya i Chaudhry (1997 god.) su razvili 2D model za izračunavanje gubitaka usled nestacionarnosti trenja na osnovu računanja disipacije energije u prelaznom strujanju [52].

Stephenson (1997 god.) je razmatrao uticaj vazдушnih ventila na intenzitet pritiskog talasa [54].

Zarzycki (1997 god.) je koristio veoma složen tzv. četvororegionski turbulentni model za određivanje **Zielke-ove** težinske funkcije. On je (2000 god.) pojednostavio svoj model i proširio ga i na laminarno strujanje [65].

Vitkovsky (1998 god.) je izvršio korekciju **Brunone-ovog** modela za određivanje nestacionarnog koeficijenta trenja i proširio njegovu primjenu na različite strujne situacije [8].

Ghidaoui, Karney i McInnis (1998 god.) su na osnovu energijske jednačine odredili veličinu greške koja nastaje diskretizacijom jednačina hidrauličkog udara [25].

Bergant i Simpson (1999 god.) su izvršili upoređenje nekoliko numeričkih modela za opisivanje pojave kavitacije tokom trajanja prelaznog procesa sa rezultatima mjerenja dobijenih na svojoj eksperimentalnoj instalaciji [6].

Pezzinga (1999 god.) je za određivanje nestacionarnog člana, prilikom turbulentnog strujanja u hidraulički glatkim cijevima, u izrazu za koeficijent trenja koristio kvazi-2D model [45].

Bergant, Simpson i Vitkovsky (1999 god.) su objavili pregled svih modela za određivanje nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja [7].

Nash i Karney (1999 god.) primijenili inverznu analizu prelaznih procesa na serijski povezanim cijevima [37].

Brunone i Morelli (1999 god.) su objavili rad u kojem su razmatrali uticaj automatski kontrolisanog ventila na prelazne procese u vodovodnom sistemu [19].

Abreu, Cabrera, Izquierdo i Garcia-Serra (1999 god.) su izvršili podjelu prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima kao i uticaj različitih vrsta ventila na intenzitet i dužinu trajanja poremećajnog talasa [1].

Pezzinga (2000 god.) je izvršio upoređenje 1D i 2D modela za određivanje nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja [46].

Brunone, Karney, Mecarelli i Ferrante (2000 god.) su proučavali uticaj nestacionarnog trenja na profil trenutne brzine tokom trajanja prelaznog procesa [18].

Baker i Ramos (2000 god.) su izvršili klasifikaciju softvera za proračun prelaznih procesa i konstrukciju cjevovoda prema evropskim standardima.

Vugdelija, Z. Stojanović i Ž. Stojanović (2000 god.) su objavili rad koji se bavi određivanjem vremenskog koraka prilikom numeričke simulacije prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima [66].

Bergant i Tijsseling (2001 god.) su objavili rad u kojem su izvršili klasifikaciju parametara koji utiču na veličinu, oblik i trajanje poremećajnog talasa [9].

Covas i Ramos (2001 god.) su se bavili otkrivanjem pukotina na vodovodnim cijevima koristeći inverznu analizu prelaznih procesa [22].

J.S.Lee, K.B.Lee i C.G.Lee (2001 god.) su napravili eksperimentalnu studiju kontrole talasa pritiska [34].

Ghidaoui i Kolyshkin (2001 god.) su izvršili analizu stabilnosti prelaznog strujanja u zavisnosti od profila brzine [26].

Ghidaoui i Mansour (2002 god.) su pokazali da težinska funkcija Vardy Brown-a pokazuje dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima kao i sa rezultatima kvazi-2D modela koje je dobio Pezzinga [65].

Bergant, Simpson, Lambert i Vitkovsky (2002 god.) su izvršili verifikaciju Brunone-vog modela za slučaj brzog otvaranja ventila u prostom sistemu rezervoar-cjevovod-ventil [14]. Iste godine izvršili su verifikaciju modela i za slučaj sporog zatvaranja ventila na primjeru hidroelektrane [13].

Wang, Lambert, Simpson, Liggett i Vitkovsky (2002 god.) su objavili rad u kojem se pukotine i curenje u cjevovodu određuju pomoću dopunskih jednačina i primjenom Fourier-ovih redova [68].

Ramos i Almeida (2002 god.) su izvršili analizu efekata prelaznih procesa u malim hidroelektranama [49].

Zhou, Hicks i Steffler (2002 god.) su izvršili teorijsku i eksperimentalnu analizu prelaznog strujanja u horizontalnom cjevovodu koji sadrži zarobljeni vazduh [73].

Izquierdo i Iglesias (2002 god.) su predstavili matematički model prelaznih procesa u prostim hidrauličkim sistemima i razvili sopstveni numerički model za rešavanje matematičkih jednačina [27]. Isti autori su (2004 god.) proširili svoj model i na složene hidrauličke sisteme [28].

Prado i Larreteguy (2002 god.) su predstavili model koji pored sračunavanja vrijednosti srednje brzine strujanja i pritiska računa i trenutne profile brzine kao i tangencijalni napon na zidu cjevovoda [48].

Brunone i Ferrante (2002 god.) objavili rad u kojem su predstavili tehniku za određivanje mjesta i veličine pukotine u cjevovodu pod pritiskom [15].

Stephenson (2002 god.) je objavio rad u kojem daje jednostavna uputstva za projektovanje vjetrenika kao elementa zaštite od dejstva hidrauličkog udara u pumpnim sistemima [55].

Jun Shu (2003 god.) je proučavao pojavu parne kavitacije i rešavao je jednačine dvofazne homogene mješavine. Napravio je dva modela, jedan sa kvazistacionarnim trenjem a drugi sa nestacionarnim trenjem baziranim na **Zielke-ovom** modelu [51].

Wang, Shen i Zhang (2003) su se bavili modeliranjem prostiranja pritisnog talasa sa formiranjem vazdušnih džepova u cjevovodima i otvorenim kanalima [69].

Vardy i Brown (2003 god.) vrše korekciju svojih prethodnih istraživanja i težinsku funkciju određuju smatrajući da se viskoznost fluida u graničnom sloju mijenja linearno a da u unutrašnjosti toka ima konstantnu vrijednost [62]. Svoja istraživanja proširuju na turbulentno strujanje u hidraulički hrapavim cijevima (2004 god.) [63].

B.Selek, Kirkgoz i Z.Selek (2004 god.) su izvršili upoređenje izmjerenih i numeričkih rezultata, dobijenih za fiksiranu i pokretnu numeričku mrežu, na primjeru Francisove turbine u realnom hidropostrojenju [50].

4. Cilj rada

Prelazni procesi u hidrauličkim sistemima su praćeni visokim intenzitetima pritiska koji mogu da izazovu smetnje u radu sistema pa čak i njegovu havariju. Sa druge strane pod dejstvom povratnog talasa pritisak u sistemu može da padne na vrijednost pritiska isparavanja što rezultira pojavom parnih mjehurova u struji fluida. Fluid sadrži i određenu količinu slobodnog i rastvorenog gasa koji zajedno sa parnim mjehurovima može da izazove razdvajanje strujnog toka. Takođe, usled nestacionarnosti procesa, vrijednost koeficijenta trenja se mijenja tokom trajanja prelaznog procesa.

Do danas je u svijetu razvijeno nekoliko numeričkih modela koji uzimaju u obzir pojavu kavitacije za vrijeme trajanja prelaznog procesa. Najpoznatiji su DVCM (Discrete Vapor Cavity Model), GIVCM (Generalized Interface Vaporous Cavitation Model) i DGCM (Discrete Gas Cavity Model).

Za izračunavanje nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja razvijeno je takođe nekoliko modela od kojih su najpoznatiji Brunone-ov i Zielke-ov.

Ciljevi ovog magistarskog rada su:

1. Razvoj numeričkog modela za opisivanje prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima koji će u sebi sadržavati DGCM model za opisivanje kavitacije.
2. Sprezanje DGCM modela sa različitim modelima za izračunavanje nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja.
3. Verifikacija razvijenih numeričkih modela poređenjem sa eksperimentalnim rezultatima dobijenim za prosti sistem rezervoar-cjevovod-ventil za slučajeve naglog i sporog zatvaranja ventila.

5. Matematički model za opisivanje fenomena hidrauličkog udara

5.1. Osnovne jednačine prelaznih procesa

Osnovne jednačine za opisivanje transportnih procesa u sistemima u kojima je radni fluid na približno sobnoj temperaturi (što je najčešći slučaj u hidrauličkim sistemima koji kao radni medijum koriste vodu) su, obično u cjevovodu tokom trajanja hidrauličkog udara, jednačina kontinuiteta i jednačina promjene količine kretanja.

Usled povećanog pritiska, dolazi do promjene površine poprečnog presjeka cjevovoda, zbog njegovog deformisanja, kao i do promjene gustine radnog fluida.

Modul elastičnosti fluida predstavlja mjeru promjene gustine usled povećanja pritiska i dat je izrazom:

$$\varepsilon = \rho \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T, \quad (5.1)$$

gdje je:

ρ (kg/m³) - gustina fluida;

p (Pa) - pritisak.

Promjena zapremine fluida usled povećanja pritiska, može se opisati preko promjene gustine:

$$\frac{dV_f}{V_f} = \frac{dp}{\rho}. \quad (5.2)$$

Kombinacijom jednačina (5.1) i (5.2), uzimajući da je zapremina fluidnog djelića na elementarnoj dužini cjevovoda dx :

$$V_f = \frac{D^2 \pi}{4} dx, \quad (5.3)$$

dobija se izraz za promjenu zapremine fluida:

$$dV_f = \frac{D^2 \pi}{4} dx \frac{dp}{\varepsilon}. \quad (5.4)$$

Promjena elementarne zapremine usled promjene površine poprečnog presjeka cijevi na elementarnoj dužini dx je:

$$dV_c = D\pi dx d\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{D\pi dx}{2} dD. \quad (5.5)$$

Za elastične cijevi promjena napona u zidu cijevi je:

$$dS = E \frac{d(Dp)}{Dp} = \frac{E}{D} dD, \quad (5.6)$$

gdje je:

E (Pa) - Young-ov modul elastičnosti materijala cijevi.

Sa druge strane taj priraštaj je posledica povećanja pritiska:

$$dS = dp \frac{D}{2d}, \quad (5.7)$$

gdje je:

δ - debljina zidova cijevi.

Izjednačavanjem jednačina (5.6) i (5.7) dobija se promjena prečnika cijevi usled povećanja pritiska:

$$dD = dp \frac{D^2}{2Ed}. \quad (5.8)$$

Stavljajući jednačinu (5.8) u jednačinu (5.5) dobija se:

$$dV_c = A dx dp \frac{D}{E\delta}, \quad (5.9)$$

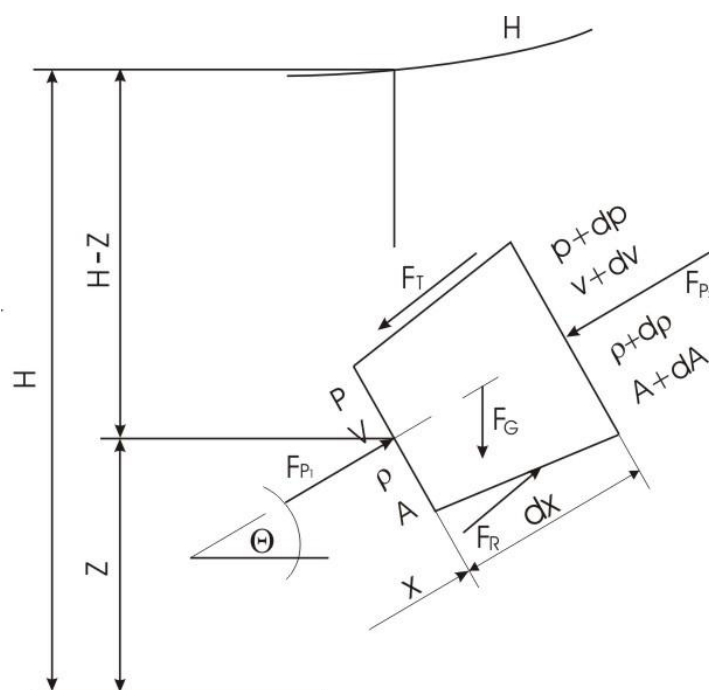
gdje je:

$A = D^2\pi/4$ - površina poprečnog presjeka cijevi.

Ukupna promjena zapremine na elementarnoj dužini dx dobija se sabiranjem jednačina (5.4) i (5.9) [12]

$$dV_{uk} = dV_f + dV_c = A dx dp \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E\delta} \right). \quad (5.10)$$

Na Sl.5.1 je prikazan fluidni djelić sa promjenama osnovnih veličina i silama koje na njega djeluju.



Slika 5.1. Promjene veličina stanja jednog fluidnog djelića sa silama koje na njega djeluju

Razlika mase tečnosti koja ulazi u elemenat cijevi dužine dx za vrijeme dt i mase tečnosti koja iz njega izlazi za dati vremenski period, jednaka je akumulaciji mase tečnosti nastaloj pri promjeni zapremine fluida i zapremine cijevi usled dejstva poremećajnog talasa. Dakle, jednačina kontinuiteta ima sledeći oblik:

$$\rho A v dt - \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx \right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) dt = \rho A dx dt \frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{D}{E \delta} \right). \quad (5.11)$$

Za elastične cijevi male debljine zidova izraz za brzinu prostiranja poremećajnog talasa dat je sledećom formulom:

$$a = \sqrt{\frac{\frac{e}{r}}{1 + \frac{e D}{E d}}}. \quad (5.12)$$

Iz jednačine (5.12) se dobija:

$$\frac{1}{e} + \frac{D}{E d} = \frac{1}{r a^2}. \quad (5.13)$$

Stavljajući jednačinu (5.13) u jednačinu (5.11) dobija se nakon sređivanja:

$$\frac{g}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad (5.14)$$

gdje je:

$$H = \frac{p}{\rho g} + z \text{ - piježometarski pritisak.}$$

Iz izraza za modul elastičnosti tečnosti dobija se:

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{r}{e} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (5.15)$$

Promjena površine poprečnog presjeka jednaka je:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{1}{D^2} \frac{p}{4} \frac{\partial D^2}{\partial x} = \frac{2}{D} \frac{\partial D}{\partial x}. \quad (5.16)$$

Stavljajući izraz za promjenu prečnika cijevi iz jednačine (5.8) u jednačinu (5.16) dobija se:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{D}{Ed} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (5.17)$$

Zamjenjujući jednačine (5.17) i (5.15) u jednačinu (5.14) dobija se, uzimajući u obzir jednačinu (5.13), nakon sređivanja:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial z}{\partial x} = 0, \quad (5.18)$$

gdje je:

z - visinska kota posmatranog dijela cjevovoda dužine dx .

Kako je $\frac{\partial z}{\partial x} = \sin \Theta$, dobija se konačan oblik jednačine kontinuiteta [23]

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} - v \sin \Theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (5.19)$$

gdje je:

Θ - ugao nagiba cjevovoda prema horizontali.

Jednačina promjene količine kretanja se dobija iz uslova dinamičke ravnoteže elementarnih sila koje djeluju na posmatrani djelić fluida (SI.5.1.) na elementarnoj dužini dx [38]

$$F_P + F_R + F_G + F_I + F_T = 0, \quad (5.20)$$

gdje je:

F_P - sila pritiska,

F_R - sila reakcije zidova cjevovoda,

F_G - sila zemljine teže,

F_I - sila inercije fluidnog djelića,

F_T - sila trenja.

Ove sile su respektivno:

$$F_P = pA - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx \right), \quad (5.21)$$

$$F_R = \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \frac{\partial A}{\partial x} dx, \quad (5.22)$$

$$F_G = -mg \sin \Theta = -rAdxg \sin \Theta, \quad (5.23)$$

$$F_I = -m \frac{dv}{dt} = -rAdx \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (5.24)$$

$$F_T = -tDpdx = -fA \frac{dx}{D} r \frac{|v|v}{2}. \quad (5.25)$$

Stavljajući jednačine (5.21), (5.22), (5.23), (5.24) i (5.25) u jednačinu (5.20) dobija se, nakon sređivanja i zanemarivanja malih veličina višeg reda, konačan oblik momentne jednačine:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + f \frac{|v|v}{2D} = 0. \quad (5.26)$$

Dakle, jednodimenzionalno nestacionarno strujanje homogenog savršenog fluida u hidrauličkim sistemima opisano je jednačinom kontinuiteta (5.19) i momentnom jednačinom (5.26).

Jednačine (5.19) i (5.26) izvedene su pod sledećim pretpostavkama [5]:

- Ø strujanje u cjevovodu je jednodimenzionalno sa uniformnom raspodjelom brzine i pritiska u posmatranom dijelu cjevovoda;
- Ø cjevovod je skroz ispunjen fluidom i ostaje takav tokom trajanja prelaznog procesa;
- Ø nema pojave kavitacije tokom trajanja procesa tj. pritisak uvijek ima vrijednost veću od pritiska isparavanja fluida na datoj temperaturi;
- Ø zid cjevovoda i fluid se ponašaju linearno-elastično;
- Ø koeficijent trenja je aproksimiran stacionarnom vrijednošću;
- Ø sadržaj slobodnog gasa u fluidu je mali tako da se brzina prostiranja talasa može smatrati konstantnom;
- Ø porast pritiska u zidu cjevovoda je mali u poređenju sa porastom pritiska u fluidu izazvanim dejstvom hidrauličkog udara.

Kako je brzina strujanja fluida mnogo manja od brzine prostiranja poremećajnog talasa ($v \ll a$) to se uticaj konvektivnih članova $\left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right)$ i $\left(v \frac{\partial H}{\partial x} \right)$ u jednačinama (5.19) i (5.26) kao i člana $(v \sin \Theta)$, za većinu inženjerskih problema, može zanemariti jer je njihova vrijednost mala u poređenju sa drugim članovima [5], [20].

Ako se u jednačinama (5.19) i (5.26) brzina zamijeni protokom koristeći relaciju:

$$v = \frac{Q}{A}, \quad (5.27)$$

dobija se sledeći oblik jednačine kontinuiteta i jednačine promjene količine kretanja:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{|Q|Q}{2AD} = 0. \quad (5.29)$$

5.2. Metoda karakteristika kao jedna od osnovnih metoda za rešavanje spregnutih jednačina matematičkog modela

Jednačine (5.28) i (5.29) formiraju sistem kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa. U ovim jednačinama zavisno promenljive su protok (Q) i pijezometarski pritisak (H) a nezavisno promenljive su vrijeme (t) i prostorna koordinata jednodimenzionog strujnog polja (x). U cilju potpune postavke problema sistem jednačina se dopunjuje početnim i graničnim uslovima. Početni uslovi definišu strujne parametre fluida u početnom vremenskom trenutku, prije djelovanja poremećaja. Granični uslovi definišu promjenu parametara fluida u graničnim tačkama hidrauličkog sistema tokom vremena. Pošto se rešenje ovog sistema ne može dobiti u analitičkom obliku za njegovo rešavanje se obično koristi numerička metoda poznata kao metoda karakteristika.

Metoda karakteristika je numerička metoda pogodna za rešavanje kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa. Ona je pogodna za rešavanje jednačina u kojima se promjene strujnih parametara odvijaju velikom brzinom. Postupak integracije prvo podrazumijeva prevođenje parcijalnih diferencijalnih jednačina u diferencijalne jednačine sa totalnim diferencijalom, uz istovremeno određivanje familija krivih u prostorno-vremenskoj ravni duž kojih važi izvedena transformacija, odnosno karakteristika. Totalni diferencijali se zatim aproksimiraju konačnim razlikama i dobija se sistem od dvije diferencne jednačine sa dvije nepoznate. Njihovim rešavanjem po zavisno promenljivim duž karakterističnih pravaca dobija se partikularni integral.

Familije krivih u prostorno-vremenskom koordinatnom sistemu, duž kojih važe jednačine sa totalnim diferencijalima, fizički predstavljaju prostiranje talasa pritiska (H) i protoka (Q) u svakoj tački strujnog polja. Ovaj uslov se koristi pri diskretizaciji diferencijalnih jednačina, a formuliše se pomoću Courant-ovog kriterijuma stabilnosti koji povezuje prostorni i vremenski korak integracije [20], [56]. Na osnovu kriterijuma određuje se numerička mreža u prostorno vremenskom koordinatnom sistemu i za svaki čvor se rešavaju po dvije diferencne jednačine. Postupak rešavanja jednačina je eksplicitan jer se vrijednosti parametara (Q, H) u novom vremenskom trenutku određuju na osnovu vrijednosti iz prethodnog vremenskog trenutka [56].

5.3. Primjena metode karakteristika

Iz jednačina (5.28) i (5.29) dobija se sledeći sistem bilansnih jednačina:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} = Y, \quad (5.31)$$

gdje je:

$$Y = -f \frac{|Q|Q}{2AD}. \quad (5.32)$$

Množenjem jednačina (5.30) i (5.31) koeficijentima λ_1 i λ_2 respektivno i sabiranjem dobija se:

$$I_1 \frac{\partial H}{\partial t} + I_2 \frac{\partial Q}{\partial t} + I_2 gA \frac{\partial H}{\partial x} + I_1 \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = I_2 Y. \quad (5.33)$$

Zavisno promenljive su funkcije vremena (t) i prostorne koordinate (x) i odnosno: $H=H(x, t)$ i $Q=Q(x, t)$.

Totalni diferencijali H i Q su:

$$\begin{aligned} dH &= \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)_{x=const} dt + \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{t=const} dx, \\ dQ &= \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_{x=const} dt + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t=const} dx. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Zamjenjujući jednačine (5.34) u (5.33) dobija se:

$$\left(I_1 - I_2 gA \frac{dt}{dx} \right) \frac{\partial H}{\partial t} + I_2 gA \frac{dH}{dx} + \left(I_2 - I_1 \frac{a^2}{gA} \frac{dt}{dx} \right) \frac{\partial Q}{\partial t} + I_1 \frac{a^2}{gA} \frac{dQ}{dx} = I_2 Y. \quad (5.35)$$

Koeficijenti λ_1 i λ_2 se određuju iz uslova da su izrazi uz $\frac{\partial H}{\partial t}$ i $\frac{\partial Q}{\partial t}$ jednaki nuli odnosno:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 gA \frac{dt}{dx} &= 0 \\ -I_1 \frac{a^2}{gA} \frac{dt}{dx} + I_2 &= 0 \end{aligned} \quad (5.36)$$

Dobijeni sistem linearnih homogenih jednačina (5.36) ima netrivialna rešenja ako i samo ako je determinanta sistema jednaka nuli

$$\begin{vmatrix} 1 & -gA \frac{dt}{dx} \\ -\frac{a^2}{gA} \frac{dt}{dx} & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (5.37)$$

Rešavanjem determinante dobijaju se gradijenti dt/dx , odnosno jednačine karakteristika:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dt}{dx} \right)_1 &= \frac{1}{a} \\ \left(\frac{dt}{dx} \right)_2 &= -\frac{1}{a} \end{aligned} \quad (5.38)$$

Zamjenjivanjem izraza iz jednačine (5.38) u jednačinu (5.36) dobija se:

$$\begin{aligned} \text{za } \frac{dt}{dx} = \frac{1}{a} \text{ slijedi } \frac{I_1}{I_2} &= \frac{gA}{a}, \\ \text{za } \frac{dt}{dx} = -\frac{1}{a} \text{ slijedi } \frac{I_1}{I_2} &= -\frac{gA}{a}. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Kada se jednačine (5.39) zamijene u jednačinu (5.35) dobija se:

$$\text{Za } \frac{dt}{dx} = \frac{1}{a} \text{ i } \frac{I_1}{I_2} = \frac{gA}{a} \text{ (c}^+ \text{ karakteristika),}$$

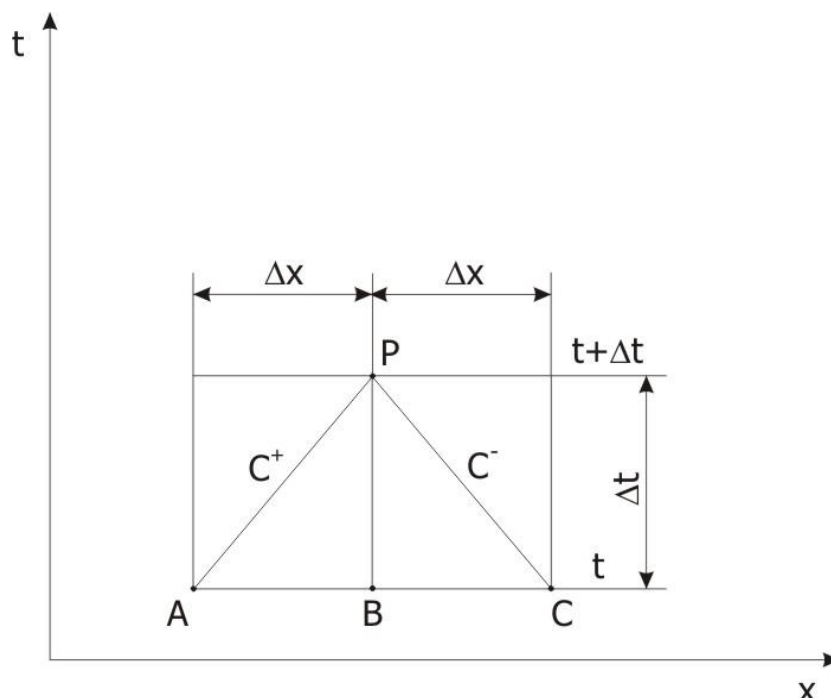
$$dH + \frac{a}{gA} dQ = \frac{a}{gA} Y dt, \quad (5.40)$$

$$\text{Za } \frac{dt}{dx} = -\frac{1}{a} \text{ i } \frac{I_1}{I_2} = -\frac{gA}{a} \text{ (c}^- \text{ karakteristika),}$$

$$dH - \frac{a}{gA} dQ = -\frac{a}{gA} Y dt. \quad (5.41)$$

Slijedi numerički postupak metode karakteristika. Primjenom konačnih razlika diferencijalne jednačine (5.40) i (5.41) se aproksimiraju diferencnim jednačinama. Konačne razlike se uzimaju duž karakteristika, koje su aproksimirane pravim linijama. Koeficijenti u jednačinama (5.40) i (5.41) se aproksimiraju konstantama tokom vremenskog koraka integracije i računaju se na osnovu rezultata prethodnog računskog koraka linearnom interpolacijom.

Postupak numeričkog rešavanja se predstavlja u prostorno-vremenskoj ravni, Sl. 5.2.



Slika 5.2. Prostorno-vremenska ravan sa karakterističnim linijama

U određenom vremenskom trenutku H i Q su poznate funkcije rastojanja (x), bilo da su zadate kao početne vrijednosti ili da su rezultat prethodnog računskog koraka. Pretpostavimo da su vrijednosti H i Q poznate u vremenskom trenutku (t) a da je potrebno izračunati njihove vrijednosti u vremenskom trenutku ($t+\Delta t$). Neka

su A, B i C tri susjedne tačke na liniji (t) a P tačka na liniji (t+Δt), kao što je prikazano na sl.5.2. Jednačina (5.40) važi samo duž karakteristične linije c^+ a jednačina (5.41) samo duž karakteristične linije c^- . Jednačine (5.40) i (5.41) sadrže dvije nepoznate veličine (H i Q) za bilo koju tačku pripadajuće karakteristike. Karakteristične linije c^+ i c^- koje prolaze kroz tačke A i C respektivno, sijeku se u tački P. Vrijednosti promenljivih u tački P zadovoljavaju i jednačinu (5.40) i jednačinu (5.41) i na taj način je moguće odrediti vrijednosti promenljivih u vremenskom trenutku (t+Δt) [20], [71].

Kada se diferencijalne jednačine (5.40) i (5.41) aproksimiraju diferencnim jednačinama metodom konačnih razlika dobijaju se sledeće jednačine:

$$H_P - H_A + C_a(Q_P - Q_A) = C_a Y_A \Delta t ,$$

$$\text{za } \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{a} \text{ (} c^+ \text{ karakteristika),} \quad (5.42)$$

$$H_P - H_C - C_a(Q_P - Q_C) = -C_a Y_C \Delta t ,$$

$$\text{za } \frac{\Delta t}{\Delta x} = -\frac{1}{a} \text{ (} c^- \text{ karakteristika),} \quad (5.43)$$

odnosno:

$$H_P + C_a Q_P - c = 0 \text{ (} c^+ \text{ karakteristika),} \quad (5.44)$$

$$H_P - C_a Q_P - d = 0 \text{ (} c^- \text{ karakteristika).} \quad (5.45)$$

Rešavanjem algebarskih jednačina (5.44) i (5.45) po H_P i Q_P dobija se:

$$Q_P = \frac{c - d}{2C_a} , \quad (5.46)$$

$$H_P = \frac{c + d}{2} , \quad (5.47)$$

gdje je:

$$C_a = \frac{a}{gA} , \quad (5.48)$$

$$c = H_A + C_a Q_A + C_a Y_A \Delta t , \quad (5.49)$$

$$d = H_C - C_a Q_C - C_a Y_C \Delta t. \quad (5.50)$$

Vremenski korak integracije se određuje na osnovu Courant-ovog kriterijuma stabilnosti rešenja [20]:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{a}. \quad (5.51)$$

Dakle, za određen prostorni korak Δx , vremenski korak integracije će biti određen količnikom prostornog koraka i brzine prostiranja poremećajnog talasa.

Kako je u tečnostima brzina prostiranja poremećajnog talasa mnogo veća od brzine strujanja fluida to se za praktične proračune sa dovoljnom tačnošću može uzeti da je [23]:

$$\Delta t = 0.95 \frac{\Delta x}{a}. \quad (5.52)$$

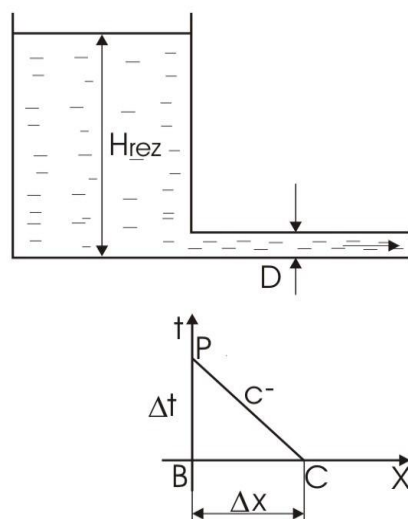
5.4 Neki od graničnih uslova u hidrauličkim sistemima

Granični uslovi definišu vrijednosti parametara fluida u graničnim tačkama hidrauličkog sistema tokom vremena. Kako se prilikom sračunavanja parametara jedna od karakterističnih linija ne može povući, jer izlazi iz fizičkog domena sistema, potrebno je odrediti dopunske uslove. Na uzvodnoj granici važi jednačina (5.45), odnosno negativna karakteristika, dok na nizvodnoj granici važi jednačina (5.44), odnosno pozitivna karakteristika. U nastavku je dato nekoliko graničnih uslova koji se mogu sresti u hidrauličkim sistemima.

a) rezervoar sa konstantnim nivoom fluida na početku sistema

Za ovaj slučaj moguće je povući c⁻ karakteristiku koja glasi:

$$H_P - C_a Q_P - d = 0. \quad (5.45)$$



Slika 5.3. Rezervoar sa konstantnim nivoom fluida na početku sistema

Iz Bernulijeve jednačine napisane za slobodnu površinu fluida u rezervoaru i ulazni presjek cjevovoda dobija se:

$$H_P = H_{rez} - \frac{(1+z_u)}{2gA^2} Q_P^2, \quad (5.53)$$

gdje je:

H_{rez} - visinska razlika nivoa fluida u rezervoaru i ulaznog presjeka cjevovoda;

ζ_u - koeficijent lokalnog otpora na ulazu u cjevovod;

$A=D^2\pi/4$ - površina poprečnog presjeka cjevovoda.

Simultanim rešavanjem jednačina (5.45) i (5.53) dobijaju se vrijednosti promjenljivih u tački P:

$$Q_P = \frac{-C_a + \sqrt{C_a^2 - 4C_1C_2}}{2C_1}, \quad (5.54)$$

$$H_P = H_{rez} - C_1 Q_P^2, \quad (5.55)$$

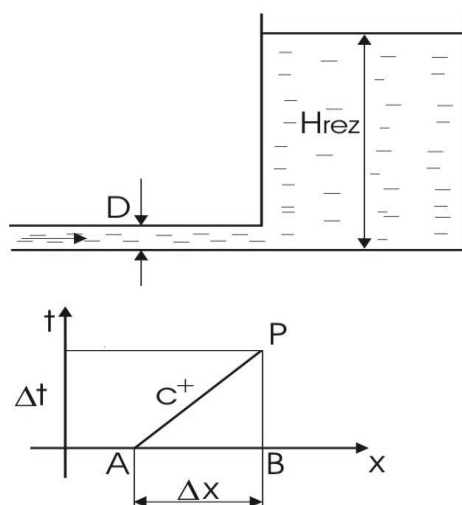
gdje je:

$$C_1 = \frac{1+z_u}{2gA^2}, \quad (5.56)$$

$$C_2 = d - H_{rez}. \quad (5.57)$$

Za suprotnosmjerno strujanje koeficijent lokalnog otpora u jednačinama (5.53) i (5.56) ima negativan predznak [20].

b) rezervoar sa konstantnim nivoom fluida na kraju sistema



Slika 5.4. Rezervoar sa konstantnim nivoom fluida na kraju sistema

Za ovaj slučaj moguće je povući c^+ karakteristiku koja glasi:

$$H_P + C_a Q_P - c = 0. \quad (5.44)$$

Iz Bernulijeve jednačine napisane za slobodnu površinu fluida u rezervoaru i ulazni presjek cjevovoda dobija se:

$$H_P = H_{rez} - \frac{(1-z_u)}{2gA^2} Q_P^2, \quad (5.58)$$

gdje je:

H_{rez} - visinska razlika nivoa fluida u rezervoaru i ulaznog presjeka cjevovoda;

ζ_u - koeficijent lokalnog otpora na ulazu u rezervoar;

$A = D^2\pi/4$ - površina poprečnog presjeka cjevovoda.

Simultanim rešavanjem jednačina (5.44) i (5.58) dobijaju se vrijednosti promjenljivih u tački P:

$$Q_P = \frac{C_a + \sqrt{C_a^2 - 4C_3C_4}}{2C_3}, \quad (5.59)$$

$$H_P = H_{rez} - C_3Q_P^2, \quad (5.60)$$

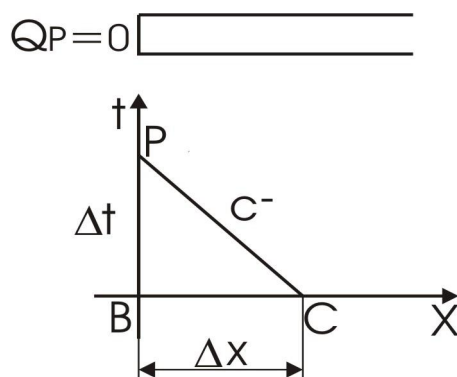
gdje je:

$$C_3 = \frac{1 - \zeta_u}{2gA^2}, \quad (5.61)$$

$$C_4 = c - H_{rez}. \quad (5.62)$$

Za suprotnosmjerno strujanje koeficijent lokalnog otpora u jednačinama (5.58) i (5.61) ima pozitivan predznak [20].

c) zatvoreni cjevovod na početku sistema



Slika 5.5. Zatvoreni cjevovod na početku sistema

Za ovaj slučaj moguće je povući c^- karakteristiku koja glasi:

$$H_P - C_a Q_P - d = 0. \quad (5.45)$$

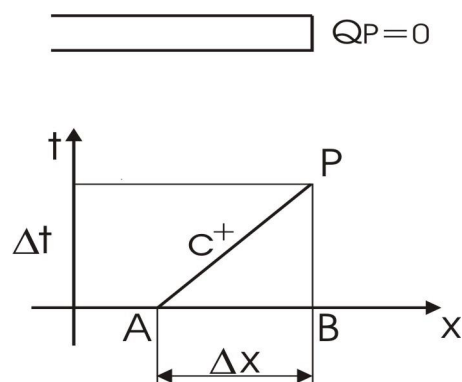
Kako je cjevovod zatvoren to će protok u tački P biti jednak nuli odnosno:

$$Q_P = 0. \quad (5.63)$$

Stavljajući jednačinu (5.63) u jednačinu (5.45) dobija se:

$$H_P = d. \quad (5.64)$$

d) zatvoreni cjevovod na kraju sistema



Slika 5.6. Zatvoreni cjevovod na kraju sistema

Za ovaj slučaj moguće je povući c^+ karakteristiku koja glasi:

$$H_P + C_a Q_P - c = 0. \quad (5.44)$$

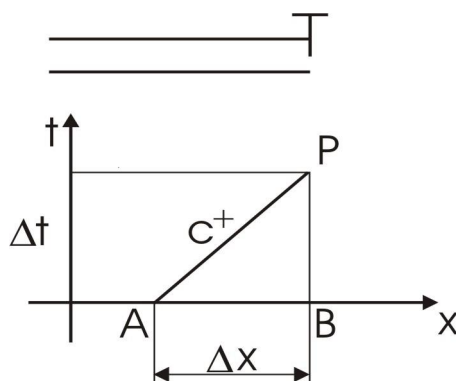
Kako je cjevovod zatvoren to će protok u tački P biti jednak nuli odnosno:

$$Q_P = 0. \quad (5.65)$$

Stavljajući jednačinu (5.65) u jednačinu (5.44) dobija se:

$$H_p = c. \quad (5.66)$$

e) ventil na kraju sistema



Slika 5.7. Ventil na kraju sistema

Za ovaj slučaj moguće je napisati c^+ karakteristiku koja glasi:

$$H_p + C_a Q_p - c = 0. \quad (5.44)$$

Za slučaj stacionarnog strujanja kroz ventil može se napisati sledeća jednačina:

$$Q_0 = (C_d A_v)_0 \sqrt{2gH_0}, \quad (5.67)$$

gdje je:

Q_0 - protok kroz ventil u stacionarnom stanju;

C_d - koeficijent protoka (koeficijent pražnjenja);

A_v - površina poprečnog presjeka otvorenog ventila kroz koju protiče protok Q_0 ;

H_0 - vrijednost piježometarskog pritiska u tački B u početnom trenutku.

Analogno jednačini (5.67), za prelazno stanje može se napisati sledeća jednačina koja daje zavisnost promenljivih Q i H u tački P:

$$Q_P = (C_d A_v) \sqrt{2gH_P}. \quad (5.68)$$

Ako se jednačina (5.68) podijeli sa jednačinom (5.67) dobija se nakon sređivanja:

$$H_P = C_5 Q_P^2, \quad (5.69)$$

gdje je:

$$C_5 = \frac{H_0}{t^2 Q_0^2}, \quad (5.70)$$

i τ - stepen otvorenosti ventila [20]:

$$t = \frac{C_d A_v}{(C_d A_v)_0}. \quad (5.71)$$

Stepen otvorenosti ventila može se izraziti sledećom formulom za slučaj njegovog brzog zatvaranja [71]:

$$t = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{Em}, \quad (5.72)$$

gdje je:

t_c - vrijeme zatvaranja ventila;

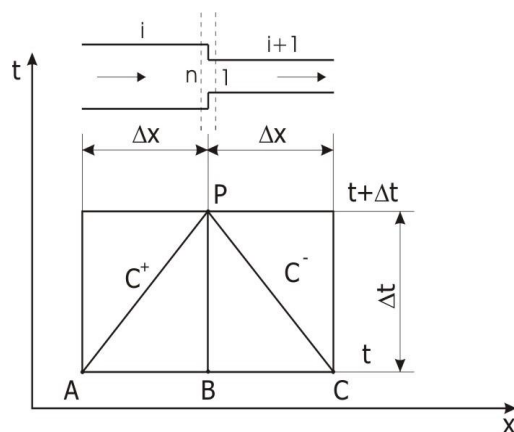
Em - parametar ventila.

Simultanim rešavanjem jednačina (5.44) i (5.69) dobija se vrijednost protoka u tački P:

$$Q_P = \frac{-C_a + \sqrt{C_a^2 + 4cC_5}}{2C_5}. \quad (5.73)$$

Sa poznatom vrijednošću Q_p vrijednost napora H_p može se izračunati iz jednačine (5.69).

f) spoj dvije cijevi različitog ili istog poprečnog presjeka



Slika 5.8. Spoj dvije cijevi sa suženjem cjevovoda

Za slučaj spoja dvije cijevi istog ili različitog poprečnog presjeka potrebno je nepoznatim veličinama dodijeliti odgovarajuće indekse. Analogno oznakama sa slike 5.8. vidi se da tačka spoja predstavlja n -ti čvor i -te cijevi i prvi čvor $i+1$ cijevi. Za i -tu cijev možemo napisati pozitivnu karakteristiku a za $i+1$ cijev negativnu karakteristiku respektivno:

$$H_{P_i} + C_{a_i} Q_{P_i} - c_i = 0, \quad (5.74)$$

$$H_{P_{i+1}} - C_{a_{i+1}} Q_{P_{i+1}} - d_{i+1} = 0. \quad (5.75)$$

Jednačina kontinuiteta ima sledeći oblik:

$$Q_{P_i} = Q_{P_{i+1}}. \quad (5.76)$$

Bernulijeva jednačina napisana za n -ti čvor i -te cijevi i prvi čvor $i+1$ cijevi ima sledeći oblik:

$$H_{P_i} + \frac{Q_{P_i}^2}{2gA_i^2} = H_{P_{i+1}} + (1+z) \frac{Q_{P_{i+1}}^2}{2gA_{i+1}^2}, \quad (5.77)$$

gdje je:

ζ - koeficijent lokalnog otpora na mjestu spoja.

Rešavanjem jednačina (5.74), (5.75), (5.76) i (5.77) dobija se:

$$Q_{P_i} = \frac{-(C_{a_i} + C_{a_{i+1}}) + \sqrt{(C_{a_i} + C_{a_{i+1}})^2 - 4C_6(d_{i+1} - c_i)}}{2C_6}, \quad (5.78)$$

gdje je:

$$C_6 = \frac{1+z}{2gA_{i+1}^2} - \frac{1}{2gA_i^2}. \quad (5.79)$$

Iz jednačina (5.74), (5.75) i (5.76) mogu se dobiti ostale nepoznate veličine $Q_{P_{i+1}}$, $H_{P_{i+1}}$ i H_{P_i} [20].

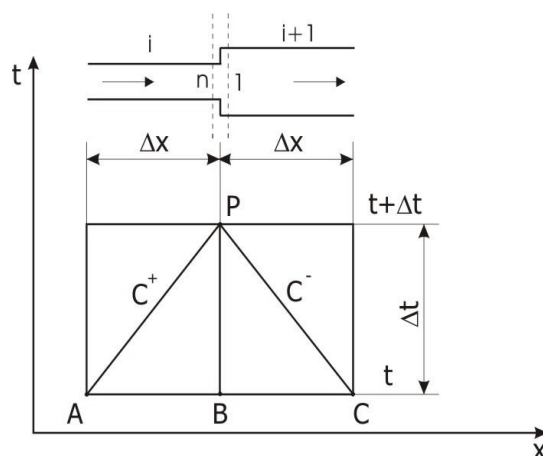
Ako je smjer strujanja od i -te cijevi prema $i+1$ cijevi tada je koeficijent lokalnog otpora na mjestu spoja jednak [56]:

$$z = 0.45 \left(1 - \frac{A_{i+1}}{A_i} \right)^2. \quad (5.80)$$

Ako je strujanje suprotnog smjera koeficijent lokalnog otpora na mjestu spoja dvije cijevi je jednak [56]:

$$z = 0.45 \left(1 - \frac{A_i}{A_{i+1}} \right)^2. \quad (5.81)$$

Na slici 5.9. je prikazan spoj dvije cijevi za slučaj proširenja cjevovoda.



Slika 5.9. Spoj dvije cijevi sa proširenjem cjevovoda

Za ovaj slučaj važe jednačine (5.74), (5.75) i (5.76). Bernulijeva jednačina ima sledeći oblik:

$$H_{Pi} + \frac{Q_{Pi}^2}{2gA_i^2} = H_{Pi+1} + \frac{Q_{Pi+1}^2}{2gA_{i+1}^2} + z \frac{Q_{Pi}^2}{2gA_i^2}. \quad (5.82)$$

Rešavanjem jednačina (5.74), (5.75), (5.76) i (5.82) dobija se:

$$Q_{Pi} = \frac{-(C_{ai} + C_{ai+1}) + \sqrt{(C_{ai} + C_{ai+1})^2 - 4C_7(d_{i+1} - c_i)}}{2C_7}, \quad (5.83)$$

gdje je:

$$C_7 = \frac{1}{2gA_{i+1}^2} + \frac{(z-1)}{2gA_i^2}. \quad (5.84)$$

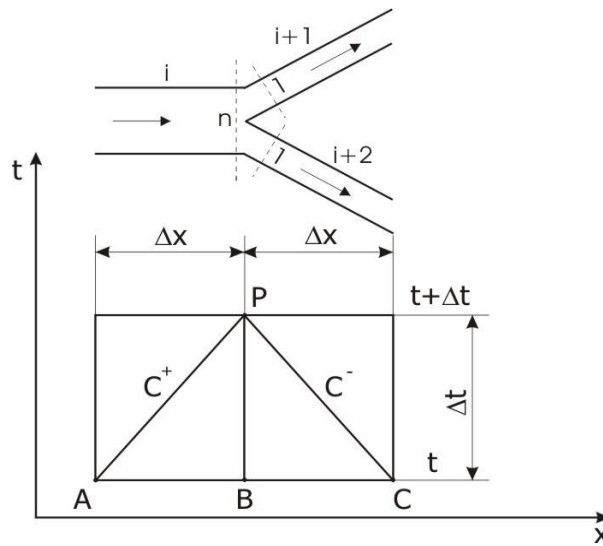
Ako je smjer strujanja od i-te cijevi prema i+1 cijevi tada je koeficijent lokalnog otpora jednak:

$$z = \left(1 - \frac{A_i}{A_{i+1}}\right)^2. \quad (5.85)$$

Ako je strujanje suprotnog smjera koeficijent lokalnog otpora na mjestu spoja dvije cijevi je jednak [56]:

$$z = \left(1 - \frac{A_{i+1}}{A_i}\right)^2. \quad (5.86)$$

g) račvanje cjevovoda



Slika 5.10. Račvanje cjevovoda

Saglasno oznakama na slici 5.10. jednačina kontinuiteta ima sledeći oblik:

$$Q_{P,i} = Q_{P,i+1} + Q_{P,i+2}. \quad (5.87)$$

Za i-tu cijev možemo napisati pozitivnu karakteristiku a za i+1 i i+2 cijev negativnu karakteristiku respektivno,

$$H_{P,i} + C_{ai} Q_{P,i} - c_i = 0, \quad (5.88)$$

$$H_{P,i+1} - C_{ai+1} Q_{P,i+1} - d_{i+1} = 0, \quad (5.89)$$

$$H_{P,i+2} - C_{ai+2} Q_{P,i+2} - d_{i+2} = 0. \quad (5.90)$$

Bernulijeve jednačine napisane za cijevi i , $i+1$, $i+2$ respektivno imaju sledeći oblik:

$$H_{P_i} + \frac{Q_{P_i}^2}{2gA_i^2} = H_{P,i+1} + \frac{Q_{P,i+1}^2}{2gA_{i+1}^2}, \quad (5.91)$$

$$H_{P_i} + \frac{Q_{P_i}^2}{2gA_i^2} = H_{P,i+2} + \frac{Q_{P,i+2}^2}{2gA_{i+2}^2}. \quad (5.92)$$

U jednačinama (5.91) i (5.92) zanemareni su gubici usled lokalnih otpora u račvi. Ako brzine u pojedinim cijevima pretpostavimo približno jednakim jednačine (5.91) i (5.92) dobijaju sledeći oblik [20], [23], [56], [71],

$$H_{P_i} = H_{P,i+1} = H_{P,i+2} = H_P. \quad (5.93)$$

Simultanim rešavanjem jednačina (5.87), (5.88), (5.89), (5.90) i (5.93) dobijaju se izrazi za nepoznate veličine,

$$H_P = \frac{c_i C_{ai+1} C_{ai+2} + C_{ai} (C_{ai+2} d_{i+1} + C_{ai+1} d_{i+2})}{C_{ai} (C_{ai+1} + C_{ai+2}) + C_{ai+1} C_{ai+2}}, \quad (5.94)$$

$$Q_{P_i} = \frac{c_i - H_P}{C_{ai}}, \quad (5.95)$$

$$Q_{P,i+1} = \frac{H_P - d_{i+1}}{C_{ai+1}}, \quad (5.96)$$

$$Q_{P,i+2} = \frac{H_P - d_{i+2}}{C_{ai+2}}. \quad (5.97)$$

h) centrifugalna pumpa

Zakoni sličnosti, odnosno zakoni proporcionalnosti, za dvije geometrijski slične pumpe imaju sledeći oblik:

$$\begin{aligned}\frac{H}{n^2 D^2} &= \text{const.} \\ \frac{n}{QD^3} &= \text{const.}\end{aligned}\tag{5.98}$$

gdje je:

H - napor pumpe;

n - broj obrtaja radnog kola pumpe;

D - prečnik radnog kola pumpe;

Q - protok kroz radno kolo pumpe.

Za istu pumpu i slične radne režime zakoni sličnosti imaju sledeći oblik:

$$\begin{aligned}\frac{H}{n^2} &= \text{const.} \\ \frac{n}{Q} &= \text{const.}\end{aligned}\tag{5.99}$$

Bezdimenzijske veličine za protok, napor, moment i broj obrtaja uvode se kao količnici radnih i nominalnih vrijednosti [20], [71]. Pri nominalnim vrijednostima radnih parametara stepen korisnosti pumpe je najveći.

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{Q}{Q_{nom}} \\
 h &= \frac{H}{H_{nom}} \\
 a &= \frac{n}{n_{nom}} \\
 b &= \frac{M}{M_{nom}}
 \end{aligned}
 \tag{5.100}$$

gdje je:

M - moment na vratilu pumpe.

U bezdimenzijskom obliku zakoni sličnosti dobijaju sledeći oblik:

$$\begin{aligned}
 \frac{h}{a^2} &= const. \\
 \frac{a}{v} &= const.
 \end{aligned}
 \tag{5.101}$$

U Tabeli 5.1. dati su mogući radni režimi pumpe u zavisnosti od znaka promenljivih a i v.

Tabela 5.1. Radni režimi pumpe

Režim rada	v	a	Q°
Pumpni režim	+	+	$0 \leq \theta \leq 90$
Pumpni režim kočenja	-	+	$90 \leq \theta \leq 180$
Turbinski režim	-	-	$180 \leq \theta \leq 270$
Turbinski režim kočenja	+	-	$270 \leq \theta \leq 360$

U toku trajanja prelaznog procesa vrijednost promenljive a može imati vrijednost nula pa član $\frac{h}{a^2}$ može težiti beskonačnosti. Da bi se ovo izbjeglo uvodi

se umjesto njega novi parametar $\frac{h}{a^2 + v^2}$. Ovo važi i za promjenljivu v u drugom članu jednačine (5.101) koja, takođe može imati vrijednost nula tokom prelaznog procesa. Da bi se riješio ovaj problem uvodi se nova promenljiva data sledećom jednakošću [20], [71]:

$$\Theta = \arctg \frac{a}{v} . \quad (5.102)$$

Karakteristična kriva pumpe sada se može nacrtati u koordinatnom sistemu $(\Theta-F_h)$, gdje je:

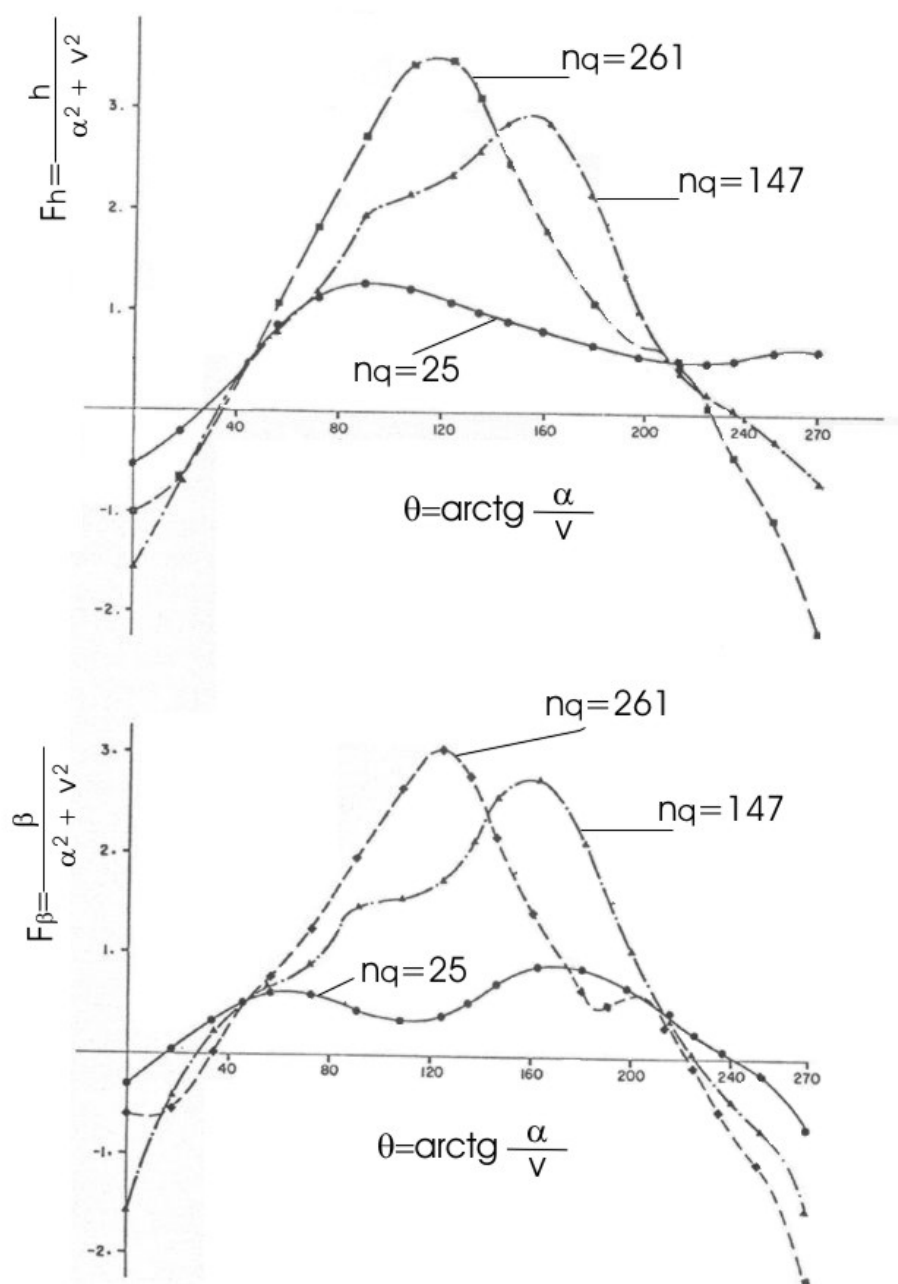
$$F_h = \frac{h}{a^2 + v^2} . \quad (5.103)$$

Na sličan način može se nacrtati i karakteristična kriva za moment u koordinatnom sistemu $(\Theta-F_\beta)$ gdje je:

$$F_\beta = \frac{b}{a^2 + v^2} . \quad (5.104)$$

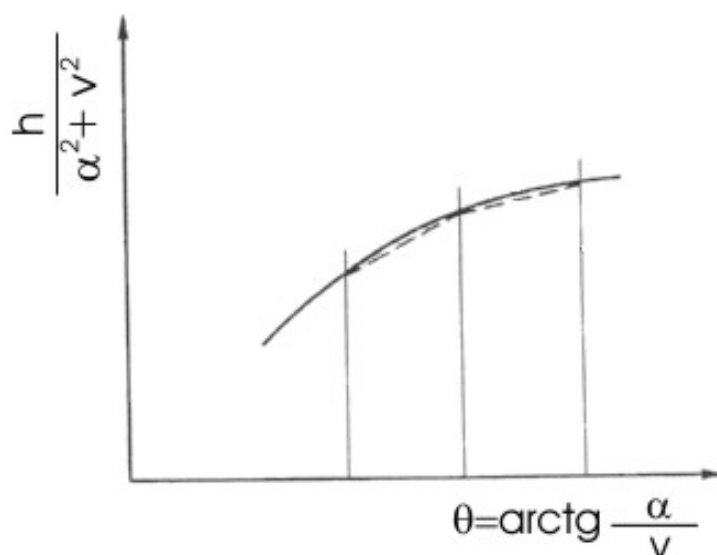
Na sledećoj slici prikazane su ove krive za tri vrijednosti specifične učestanosti obrtanja n_q koja je data sledećim izrazom [36]:

$$n_q = n_{nom} \frac{\sqrt{Q_{nom}}}{H_{nom}^{3/4}} . \quad (5.105)$$



Slika 5.11. Pumpne karakteristike za razne vrijednosti specifične učestanosti obrtanja [20]

Ako se ove krive izdijele na dovoljno veliki broj segmenata onda se svaki od njih može aproksimirati sa pravom linijom (Slika 5.12). Greška napravljena ovom aproksimacijom može se zanemariti [20].



Slika 5.12. Aproximacija segmenta pumpne karakteristike pravom linijom [20]

Pretpostavimo da su promenljive a , v , h i b poznate u vremenskom trenutku t a da treba izračunati njihove vrijednosti u trenutku $t+Dt$. Nepoznate veličine označimo sa a_p , v_p , h_p i b_p . Pomoću vrijednosti promenljivih u trenutku t određuje se segment pumpne karakteristike na kojoj leži tačka kojoj odgovaraju vrijednosti promenljivih a_p , v_p , h_p i b_p . Sada se mogu napisati sledeće jednačine,

$$\frac{h_p}{a_p^2 + v_p^2} = a_1 + a_2 \arctg \frac{a_p}{v_p}, \quad (5.106)$$

$$\frac{b_p}{a_p^2 + v_p^2} = a_3 + a_4 \arctg \frac{a_p}{v_p}, \quad (5.107)$$

gdje su: a_1, a_2, a_3, a_4 koeficijenti pravih linija sa kojima je aproksimiran odgovarajući segment pumpne karakteristike.

Obrtni moment na vratilu pumpe za slučaj ispada pumpe iz rada je:

$$M = -J_0 \frac{dw}{dt} = -2pJ_0 \frac{dn}{dt}, \quad (5.108)$$

gdje je:

J_0 - kombinovani polarni moment inercije pumpe, motora, osovine i fluida u unutrašnjosti pumpe;

ω - ugaona brzina obrtanja radnog kola;

n - broj obrtaja radnog kola.

Koristeći jednačine (5.100) dobija se:

$$b = -2pJ_0 \frac{n_{nom}}{M_{nom}} \frac{da}{dt}. \quad (5.109)$$

Snaga na vratilu pumpe data je sledećom jednačinom:

$$P = \frac{rQ_{nom}gH_{nom}}{h} = M_{nom}W_{nom}, \quad (5.110)$$

gdje je:

η - stepen korisnosti pumpe.

Ako se broj obrtaja n_{nom} izrazi u [o/min] tada iz jednačine (5.110) sledi izraz za nominalnu vrijednost momenta na vratilu pumpe,

$$M_{nom} = \frac{60rQ_{nom}gH_{nom}}{2phn_{nom}}. \quad (5.111)$$

Koristeći srednju vrijednost za promenljivu b tokom vremenskog koraka jednačina (5.109) napisana u diferencnoj formi ima sledeći oblik:

$$\frac{a_P - a}{\Delta t} = -\frac{60M_{nom}}{2pJ_0n_{nom}} \frac{b + b_P}{2}, \quad (5.112)$$

odnosno:

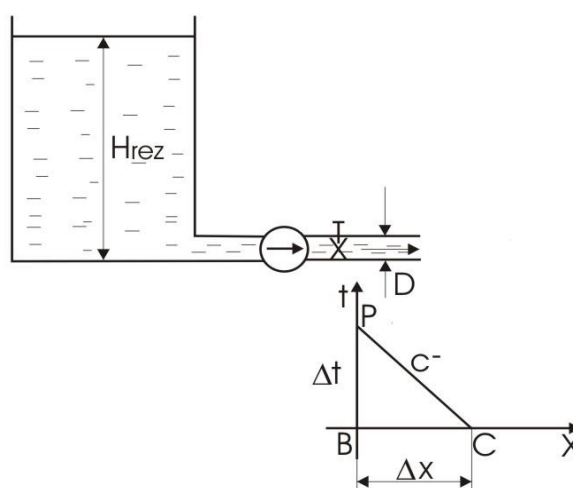
$$a_P - C_8 b_P = a + C_8 b, \quad (5.113)$$

gdje je:

$$C_8 = -\frac{15M_{nom}\Delta t}{J_0 p n_{nom}}. \quad (5.114)$$

Jednačina (5.113) predstavlja dinamičku jednačinu obrtanja.

Primjer centrifugalne pumpe, kao graničnog uslova, koja se nalazi na samom početku cjevovoda prikazan je na Sl. 5.13.



Slika 5.13. Pumpa na početku cjevovoda (kratak usisni cjevovod)

Za ovaj slučaj možemo povući negativnu karakteristiku. Jednačina negativne karakteristike ima sledeći oblik:

$$H_P - C_a Q_P - d = 0. \quad (5.45)$$

Energijska jednačina napisana za slobodnu površinu tečnosti u rezervoaru i presjek iza regulacionog ventila pumpe ima sledeći oblik:

$$H_P = H_{rez} + H_{pumpe} - z_v \frac{Q_P^2}{2gA^2} = H_{rez} + h_P H_{nom} - z_v \frac{Q_P^2}{2gA^2}. \quad (5.115)$$

Jednačina kontinuiteta ima sledeći oblik:

$$Q_P = Q = v_P Q_{nom} . \quad (5.116)$$

Iz jednačina (5.45), (5.106), (5.107), (5.113), (5.115) i (5.116) određuju se nepoznate veličine a_P , v_P , h_P , b_P , H_P i Q_P .

Kombinacijom ovih šest jednačina dobijaju se dvije jednačine sa dvije nepoznate na sledeći način. Ako se iz jednačine (5.45) izrazi H_P , a iz jednačine (5.106) h_P i ti izrazi stave u jednačinu (5.115) dobija se:

$$F_1 = H_{rez} + H_{nom} a_1 (a_P^2 + v_P^2) + H_{nom} a_2 (a_P^2 + v_P^2) \arctg \frac{a_P}{v_P} - C_a v_P Q_{nom} - d - \frac{z_v Q_{nom}^2}{2gA^2} |v_P| v_P = 0 \quad (5.117)$$

Ako se iz jednačine (5.107) izrazi b_P i taj izraz stavi u jednačinu (5.113) dobija se:

$$F_2 = a_P - C_8 a_3 (a_P^2 + v_P^2) - C_8 a_4 (a_P^2 + v_P^2) \arctg \frac{a_P}{v_P} - a - C_8 b = 0 . \quad (5.118)$$

Jednačine (5.117) i (5.118) su nelinearne jednačine sa dvije nepoznate a_P i v_P . Njihovo rešenje se dobija korišćenjem Newton-Raphson-ove metode. Kod ove metode rešenje jednačina se prvo pretpostavlja a zatim ponovno računa do traženog stepena tačnosti uzastopnim iteracijama [20], [71]. Ako se sa $a_P^{(1)}$ i $v_P^{(1)}$ označe pretpostavljene vrijednosti nepoznatih tada su njihove vrijednosti nakon prve iteracije:

$$a_P^{(2)} = a_P^{(1)} + da_P , \quad (5.119)$$

$$v_P^{(2)} = v_P^{(1)} + dv_P . \quad (5.120)$$

Piraštaji promenljivih u jednačinama (5.119) i (5.120) su jednaki:

$$da_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial v_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial v_p}}{\frac{\partial F_1}{\partial a_p} \frac{\partial F_2}{\partial v_p} - \frac{\partial F_1}{\partial v_p} \frac{\partial F_2}{\partial a_p}}, \quad (5.121)$$

$$dv_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial a_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial a_p}}{\frac{\partial F_1}{\partial v_p} \frac{\partial F_2}{\partial a_p} - \frac{\partial F_1}{\partial a_p} \frac{\partial F_2}{\partial v_p}}. \quad (5.122)$$

Sa izračunatim vrijednostima za a_p i v_p mogu se odrediti ostale nepoznate veličine b_p , h_p , Q_p i H_p .

i) ostali granični uslovi

U hidrauličkim sistemima, pored navedenih, mogu da se jave još mnogi slučajevi graničnih uslova kao npr.

- Ø pumpa sa dugim usisnim cjevovodom;
- Ø pumpe vezane redno;
- Ø pumpe vezane paralelno;
- Ø turbina;
- Ø vodostan;
- Ø vjetrenik;
- Ø razne vrste ventila itd.

Za ove granične uslove važe jednačine pozitivne i/ili negativne karakteristike i odgovarajući dopunski hidraulički uslovi. Rešavanjem ovih jednačina dobijaju se izrazi za nepoznate veličine Q_p i H_p u graničnim čvorovima.

6. Matematički model kavitacije i nestacionarnog trenja tokom prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima

6.1. Pojava kavitacije i njeno modeliranje primjenom DGCM modela

Do pojave gasne kavitacije dolazi kada se male količine slobodnog gasa distribuiraju kroz struju fluida ili kada se mjehurovi gasa grupišu u čepove najčešće na graničnim djelovima hidrauličkog sistema i njegovim najvišim tačkama. Kod tečnosti koje sadrže slobodan gas, čak i u malim količinama, dolazi do značajnog smanjenja brzine prostiranja poremećajnog talasa jer je njegova brzina u gasovima nekoliko puta manja nego u tečnostima. Radi pojednostavljenja problema pretpostavlja se da mjehurovi gasa sa fluidom čine homogenu smjesu i da se fluid i mjehurovi gasa kreću istom brzinom. Zapreminski udio gasa u smješi definisan je sledećim izrazom:

$$a_g = \frac{V_g}{V}, \quad (6.1)$$

gdje je:

V_g - zapremina gasa u smješi;

V - ukupna zapremina smješe.

Brzina prostiranja poremećajnog talasa u homogenoj smješi tečnost-gas je funkcija pritiska i data je sledećim izrazom prema [9], [70], [72]:

$$a_m = \sqrt{\frac{a^2}{1 + \frac{a_g a^2}{g(H - z - H_v)}}}, \quad (6.2)$$

gdje je:

a - brzina prostiranja poremećajnog talasa u tečnosti;

H - pijezometarski pritisak;

z - visinska kota posmatranog presjeka cjevovoda;

H_v - izmjerena vrijednost pritiska isparavanja tečnosti za datu temperaturu.

Tokom trajanja dejstva hidrauličkog udara pritisak može da padne na vrijednost pritiska isparavanja tečnosti za poznatu lokalnu vrijednost temperature. U ovom slučaju dolazi do pojave parnih mjehurova koje zajedno sa mjehurovima gasa nosi struja fluida. Ovaj fenomen je poznat u literaturi kao parna kavitacija. Mjehurovi pare zajedno sa mjehurovima gasa mogu da se grupišu na graničnim djelovima hidrauličkog sistema i njegovim najvišim tačkama i izazovu razdvajanje strujnog toka fluida u cjevovodu.

Kao alternativa modeliranju homogene smješe fluid-gas-para razvio se model koji sve mjehurove pare i gasa sakuplja u numerički čvor u kojem se vrši proračun, uz pretpostavku da je cjevovod između čvorova, odnosno koncentrisanih zapremina pare i gasa, u potpunosti ispunjen samo fluidom kroz koji se poremećajni talas kreće konstantnom brzinom a . Količina tečnosti koja je isparila ili koja se kondenzovala u svakom čvoru se može odrediti na osnovu jednačine kontinuiteta za čvor. Ovaj model je poznat kao **Discrete Gas Cavity Model (DGCM)** [9], [10], [70].

Sa promjenom pritiska svaka izolovana zapremina se skuplja i ekspandira približno izotermiski, pa u skladu sa jednačinom stanja idealnog gasa važi:

$$p_g^* V_g = p_{g0}^* V_{g0}. \quad (6.3)$$

Apsolutni pritisak gasa izražen preko pijezometarskog pritiska dat je sledećom jednačinom u skladu sa oznakama sa slike 6.1:

$$p_g^* = r_l g (H - z - H_v). \quad (6.4)$$

Analogno je dat izraz za apsolutni pritisak gasa u početnom trenutku (na referentnim uslovima):

$$p_{g0}^* = r_l g (H_0 - z - H_v), \quad (6.5)$$

gdje je:

r_l - gustina fluida;

g - gravitaciono ubrzanje;

H - piježometarski pritisak u posmatranom presjeku;

H_0 - piježometarski pritisak u posmatranom presjeku u početnom trenutku;

V_g - zapremina gasa u posmatranom presjeku;

V_{g0} - zapremina gasa u posmatranom presjeku u početnom trenutku;

z - visinska kota posmatranog presjeka cjevovoda;

H_v - izmjerena vrijednost pritiska isparavanja tečnosti za datu temperaturu

$$(H_v = \frac{P_v^*}{r_l g} - H_b);$$

H_b - barometarski pritisak.

Stavljajući izraze (6.4) i (6.5) u jednačinu (6.3) dobija se:

$$V_g = \frac{(H_0 - z - H_v)}{(H - z - H_v)} V_{g0}. \quad (6.6)$$

Zapremina gasa u početnom trenutku se može izraziti preko početnog udjela gasa i ukupne zapremine između dva posmatrana presjeka sledećom jednačinom:

$$V_{g0} = a_{g0} V = a_{g0} A \Delta x, \quad (6.7)$$

gdje je:

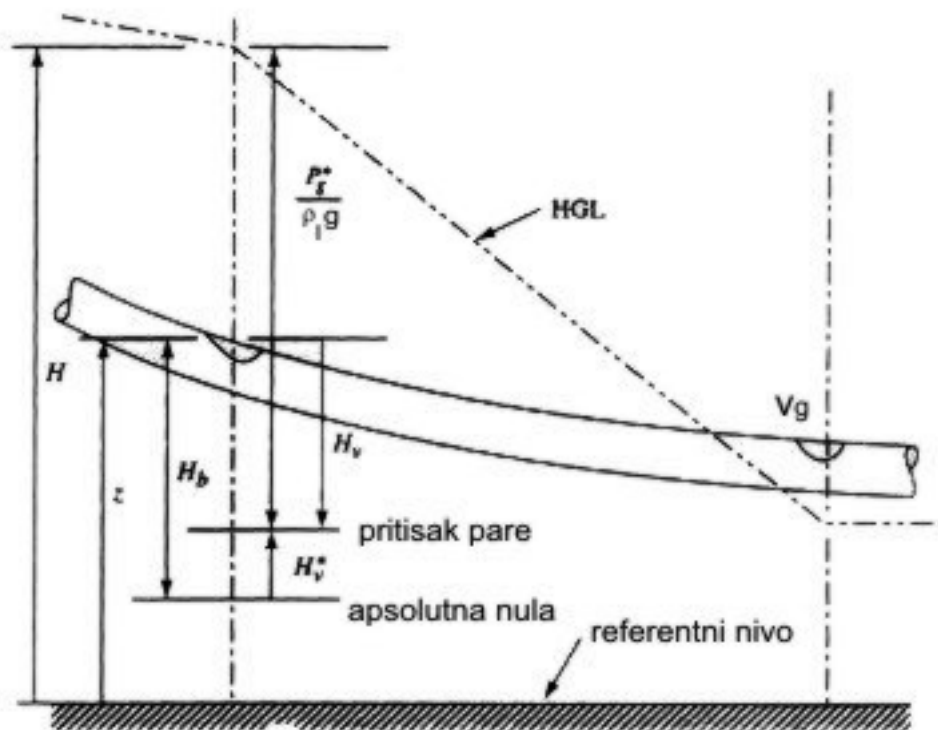
a_{g0} - udio gasa u početnom trenutku;

A - površina poprečnog presjeka;

Δx - rastojanje između dva čvora.

Stavljajući izraz (6.7) u jednačinu (6.6) dobija se konačan izraz za jednačinu stanja idealnog gasa [72]:

$$V_g = \frac{(H_0 - z - H_v)}{(H - z - H_v)} a_{g0} A \Delta x. \quad (6.8)$$

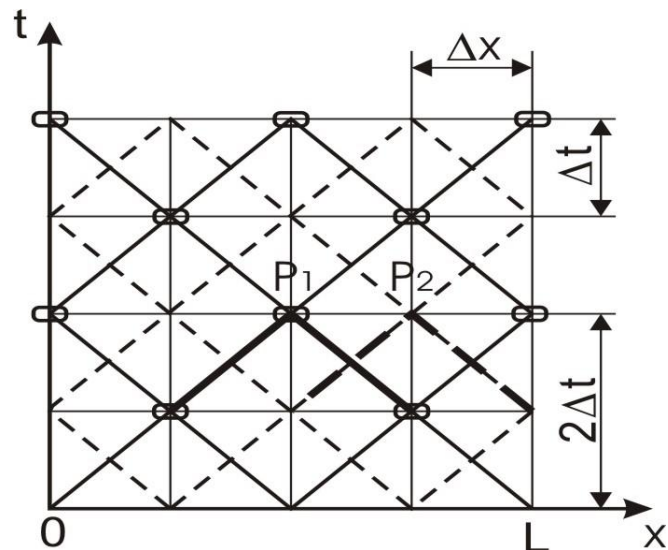


Slika 6.1. Cjevovod sa koncentrisanom zapreminom u numeričkom čvoru [72]

DGCM model je zasnovan na metodi karakteristika koja je detaljno opisana u prethodnom poglavlju. Dvije numeričke mreže mogu biti korišćene prilikom primjene metode karakteristika i to:

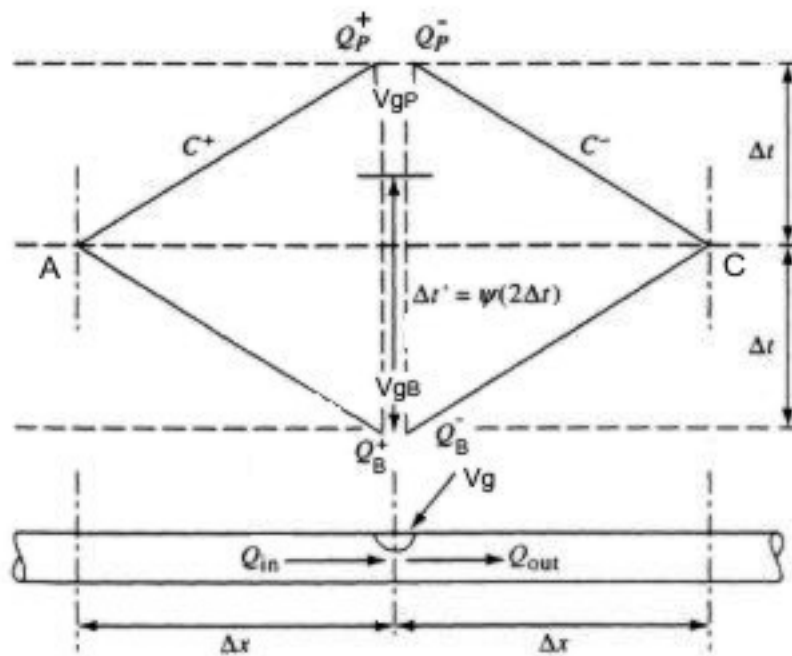
- Ø obična pravougaona mreža;
- Ø dijamantska mreža.

Na Sl.6.2. je prikazano da se pravougaona mreža u stvari sastoji od dvije nezavisne dijamantske mreže. Ako se koristi pravougaona mreža može se desiti da, usled postojanja dvije nezavisne mreže unutar nje, dođe do pojave kavitacije u dvije tačke istovremeno (P_1 i P_2) što u stvarnosti nije slučaj. Ovo je moguće izbjeći ako se prilikom primjene metode karakteristika koristi dijamantska mreža [53]. Kod dijamantske mreže se u neparnim vremenskim trenucima ($t=jDt$, $j=1,3,5,\dots$) računaju vrijednosti promenljivih u neparnim numeričkim čvorovima dok se u parnim vremenskim trenucima ($t=jDt$, $j=2,4,6,\dots$) računaju vrijednosti u parnim čvorovima.



Slika 6.2. Poređenje dijamantske i pravougaone mreže

Na Sl.6.3. je prikazana dijamantska mreža sa karakterističnim linijama za unutrašnje tačke cjevovoda.



Slika 6.3. Dijamantska mreža sa karakterističnim linijama [72]

Jednačine karakterističnih linija imaju sledeći oblik za pozitivnu i negativnu karakteristiku respektivno:

$$H_P + C_a Q_P^+ - c = 0 \quad (c^+ \text{ karakteristika}), \quad (6.9)$$

$$H_P - C_a Q_P^- - d = 0 \quad (c^- \text{ karakteristika}), \quad (6.10)$$

gdje je:

$$C_a = \frac{a}{gA}, \quad (6.11)$$

$$c = H_A + C_a Q_A^- + C_a Y_A \Delta t, \quad (6.12)$$

$$d = H_C - C_a Q_C^+ - C_a Y_C \Delta t, \quad (6.13)$$

$$Y_A = -f^+ \frac{|Q_A^-| Q_A^-}{2AD}, \quad (6.14)$$

$$Y_C = -f^- \frac{|Q_C^+| Q_C^+}{2AD}, \quad (6.15)$$

gdje su:

Q^- i Q^+ - vrijednosti protoka u odgovarajućim tačkama dobijene negativnom odnosno pozitivnom karakterističnom jednačinom (protoci nizvodno i uzvodno od čvora).

Količina fluida koja je isparila ili se kondenzovala u posmatranom presjeku može se odrediti na osnovu jednačine kontinuiteta za čvor koja ima sledeći oblik:

$$\frac{dV_g}{dt} = Q_{out} - Q_{in}. \quad (6.16)$$

Jednačina (6.16) mora biti integraljena kako bi bila upotrijebljena u numeričkom rešavanju. Težinski koeficijent je korišćen u vremenskom pravcu, kao što je prikazano na Sl. 6.3. i definisan je sledećim izrazom:

$$y = \frac{\Delta t'}{2\Delta t}. \quad (6.17)$$

Integracijom jednačine (6.16) dobija se izraz za zapreminu gasa u tački P [9], [70], [72]:

$$V_{gP} = V_{gB} + \left[y(Q_P^- - Q_P^+) + (1-y)(Q_B^- - Q_B^+) \right] 2\Delta t. \quad (6.18)$$

Jednačina (6.18) se množi sa $2Dt$ iz razloga što se koristi dijamantska mreža. Nepoznate veličine su H_P , Q_P^+ , Q_P^- i V_{gP} . Zamjenjivanjem izraza za Q_P^+ , Q_P^- i V_{gP} iz jednačina (6.8), (6.9), (6.10) u jednačinu (6.18) dobija se sledeća kvadratna jednačina:

$$(H_P - z - H_v)^2 + 2B_1(H_P - z - H_v) - B_3 = 0, \quad (6.19)$$

gdje je:

$$B_1 = \frac{1}{2} \left[B_v + z + H_v - \left(\frac{d+c}{C_a} \right) \right], \quad (6.20)$$

$$B_3 = \frac{(H_0 - z - H_v) a_{g0} A \Delta x}{2y\Delta t}, \quad (6.21)$$

$$B_v = \frac{1}{y} \left[\frac{V_{gB}}{2\Delta t} + (1-y)(Q_B^- - Q_B^+) \right]. \quad (6.22)$$

Rešenja jednačine (6.19) su:

$$H_P - z - H_v = -B_1 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{B_3}{B_1^2}} \right) \text{ ako je } B_1 < 0, \quad (6.23)$$

$$H_P - z - H_v = -B_1 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{B_3}{B_1^2}} \right) \text{ ako je } B_1 > 0. \quad (6.24)$$

Sa poznatom vrijednošću za H_p mogu se odrediti Q_p^+ i Q_p^- iz jednačina (6.9) i (6.10) a na osnovu njih i V_{gp} iz jednačine (6.18). Ako se za V_{gp} dobije negativna vrijednost to znači da je došlo do raspada parnog mjehura pa se veličina V_{gp} ponovo računa iz jednačine (6.8) [9], [10].

Za ekstremne slučajeve visokih pritisaka i malih zapremina slobodnog gasa i malih pritisaka i velikih vrijednosti zapremina jednačine (6.23) i (6.24) mogu, potencijalno da daju netačne rezultate. Ovo se dešava kada je $\left| \frac{B_3}{B_1^2} \right| \ll 1$. Ovaj problem se izbjegava prostom linearizacijom ovih jednačina. Linearizovane jednačine imaju sledeći oblik:

$$H_p - z - H_v = -2B_1 - \frac{B_3}{2B_1} \quad \text{ako je } B_1 < 0, \quad (6.25)$$

$$H_p - z - H_v = \frac{B_3}{2B_1} \quad \text{ako je } B_1 > 0. \quad (6.26)$$

Jednačine (6.25) i (6.26) se koriste kada je $\left| \frac{B_3}{B_1^2} \right| \ll 1$ npr. $\left| \frac{B_3}{B_1^2} \right| < 0.001$ dok se u svim ostalim slučajevima koriste jednačine (6.23) i (6.24) [23].

Težinski koeficijent y je uveden da kontroliše numeričke oscilacije koje se pojavljuju tokom simulacije prelaznog procesa koji je posledica formiranja i raspada gasnog mjehura. Za $0 \leq y \leq 0.5$ dobijaju se nestabilni rezultati. Za $y = 0.5$ neke oscilacije rezultata se mogu pojaviti pogotovu za vrijeme trajanja pozitivnog poremećajnog talasa i za male vrijednosti zapremina. Kako se vrijednost za y približava jedinici to se oscilacije rezultata svode na minimum a za $y = 1$ imamo minimum numeričkih oscilacija. Dakle vrijednost težinskog koeficijenta $0.5 \leq y \leq 1$ ne proizvodi ozbiljne oscilacije rezultata i preporučuje se za praktičnu upotrebu [70], [72].

DGCM model se uspješno može koristiti za simulaciju parne kavitacije kada je udio gasa mali ($a_g \leq 10^{-7}$). Takođe DGCM model daje dobre rezultate, za razliku od DVCM modela, i za slučajeve kada kavitaciona zapremina u numeričkom čvoru ima veliku vrijednost u odnosu na zapreminu između numeričkih čvorova [9], [10], [53], [70].

6.2. Matematičko modeliranje nestacionarnog trenja

Koeficijent trenja se može izraziti kao zbir dva člana, kvazistacionarnog (f_q) i nestacionarnog (f_u):

$$f = f_q + f_u. \quad (6.27)$$

U ovom radu za određivanje nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja korišćeni su Brunone-ov i konvolucijski model.

Brunone-ov model se zasniva na pretpostavci da koeficijent trenja zavisi od trenutne srednje brzine strujanja v , trenutnog lokalnog ubrzanja $\partial v/\partial t$ i trenutnog konvektivnog ubrzanja $a\partial v/\partial x$. Koeficijent trenja se izražava sledećim izrazom u kojem je umjesto brzine strujanja kao promenljiva veličina uveden protok:

$$f = f_q + \frac{2k_3 DA}{Q|Q|} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} - a \frac{\partial Q}{\partial x} \right). \quad (6.28)$$

Izraz (6.28) predstavlja originalni Brunone-ov izraz koji ne daje dobre rezultate u nekim slučajevima kao što je npr. zatvaranje ventila na uzvodnom kraju prostog sistema rezervoar-cjevovod-ventil [8]. Zbog toga je razvijen modifikovani Brunone-ov model koji daje dobre rezultate za sve smjerove i režime strujanja fluida tokom trajanja hidrauličkog udara i on ima sledeći oblik [7], [9], [12], [13]:

$$f = f_q + \frac{2k_3 DA}{Q|Q|} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + a \operatorname{SGN}(Q) \frac{\partial Q}{\partial x} \right), \quad (6.29)$$

gdje je:

k_3 - Brunone-ov koeficijent;

$\operatorname{SGN}(Q) = (+1 \text{ za } Q \geq 0 \text{ ili } -1 \text{ za } Q < 0)$.

Brunone-ov koeficijent može biti određen empirijski (metodom proba-greška) ili analitički koristeći izraz za Vardy-jev koeficijent C^* određen za strujanje u hidraulički glatkim cijevima [62].

$$k_3 = \frac{\sqrt{C^*}}{2}, \quad (6.30)$$

- za laminarno strujanje

$$C^* = 0.00476, \quad (6.31)$$

- za turbulentno strujanje

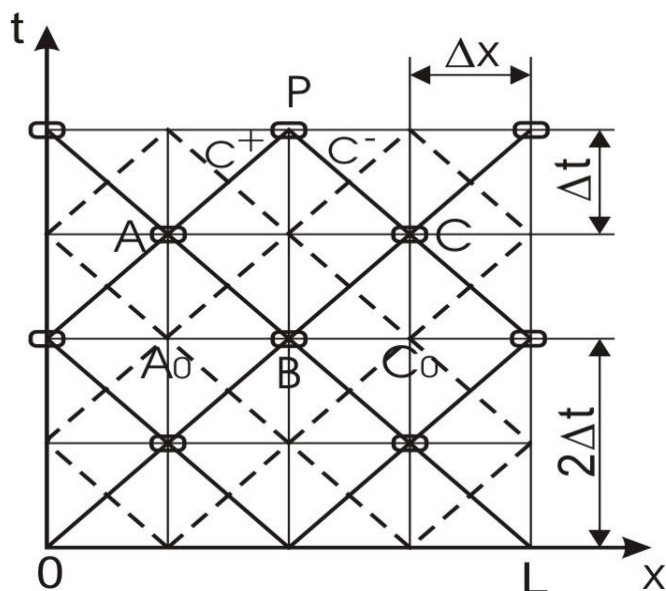
$$C^* = \frac{12.86}{\operatorname{Re}^{\log(15.29 / \operatorname{Re}^{0.0567})}}, \quad (6.32)$$

gdje je:

Re - Reynolds-ov broj.

Numerički proračun se može sprovesti za konstantnu i promjenjivu vrijednost koeficijenta k_3 . U prvom slučaju se koeficijent k_3 izračuna za početne strujne uslove i uzima konstantnim za vrijeme trajanja prelaznog procesa dok se u drugom slučaju koeficijent k_3 računa u svakom vremenskom trenutku u funkciji od trenutne vrijednosti srednje brzine strujanja.

Na Sl. 6.4. je prikazana eksplicitna šema za određivanje lokalnog i konvektivnog izvoda u izrazu za koeficijent trenja na primjeru dijamantske mreže.



Slika 6.4. Eksplicitna šema za dijamantsku mrežu

Koeficijenti trenja koji figurišu u jednačinama (6.14) i (6.15) jednaki su respektivno:

$$f^+ = f_q + \frac{2k_3 DA}{Q_A^- |Q_A^-|} \left(\left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_+ + a \text{SGN}(Q_A^-) \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_+ \right), \quad (6.33)$$

$$f^- = f_q + \frac{2k_3 DA}{Q_C^+ |Q_C^+|} \left(\left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_- + a \text{SGN}(Q_C^+) \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_- \right). \quad (6.34)$$

Lokalni i konvektivni izvod za protok određuju se eksplicitno na osnovu sledećih izraza, a u skladu sa oznakama datim na Sl.6.4. [64]:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_+ = \frac{Q_A - Q_{A0}}{\Delta t}, \quad (6.35)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_- = \frac{Q_C - Q_{C0}}{\Delta t}, \quad (6.36)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_+ = \frac{Q_B - Q_{A0}}{\Delta x}, \quad (6.37)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right) = \frac{Q_{C0} - Q_B}{\Delta x}. \quad (6.38)$$

Modifikovani Brunone-ov model daje dobre rezultate za brzo, a isto tako, i za lagano zatvaranja ventila [12], [13].

Konvolucijski model je prvi razvio Zielke za prelazno laminarno strujanje [10], [74]. On je nestacionarni član u izrazu za koeficijent trenja iz jednačine (6.27), u vremenskom domenu, predstavio kao konvoluciju lokalnog ubrzanja i težinske funkcije koja uzima u obzir promjenu brzine u posmatranom presjeku tokom vremena:

$$f_u = \frac{32nA}{DQ|Q|} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} * W_0 \right) (t), \quad (6.39)$$

odnosno prema definiciji konvolucije:

$$f_u = \frac{32nA}{DQ|Q|} \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} W_0(t-t^*) dt^*, \quad (6.40)$$

gdje je:

W_0 - težinska funkcija zasnovana na početnim uslovima prije početka prelaznog procesa.

Aproksimacijom integrala iz jednačine (6.40) dobija se izraz za nestacionarni koeficijent trenja:

$$f_u = \frac{32nA}{DQ|Q|} \sum_{j=1,3,5,\dots}^M [Q(x,t-j\Delta t+\Delta t) - Q(x,t-j\Delta t-\Delta t)] W_0(j\Delta t), \quad (6.41)$$

gdje je:

$$M = \frac{t}{\Delta t} - 1. \quad (6.42)$$

Ova šema je poznata kao potpuna konvolucijska šema i ona zahtijeva veliki kompjuterski prostor jer je potrebno pamti promjenu protoka u posmatranim presjecima tokom vremena. Takođe, vrijeme potrebno za proračun može da postane značajno veliko tako da je potpuna konvolucijska šema veoma zahtjevna za korišćenje i implementaciju [7], [10], [65].

Zbog svega navedenog pristupilo se traženju aproksimativne vrijednosti za težinsku funkciju koja bi izračunavanje nestacionarnog koeficijenta trenja učinila jednostavnijim. Vardy Brown-ov aproksimativni izraz za težinsku funkciju, u bezdimenzijskom vremenskom domenu, pod pretpostavkom da se viskoznost fluida u graničnom sloju, tokom trajanja prelaznog procesa, mijenja linearno a da u unutrašnjosti zadržava konstantnu vrijednost, dat je sledećom jednačinom [10], [65]:

$$W(t) = \frac{A^* e^{-t/C^*}}{\sqrt{t}}, \quad (6.43)$$

gdje je:

A^* , C^* - Vardy Brown-ovi koeficijenti;
 τ - bezdimenzijsko vrijeme.

$$t = \frac{4nt}{D^2}. \quad (6.44)$$

Za turbulentno strujanje u hidraulički glatkim cijevima važe sledeći izrazi za Vardy Brown-ove koeficijente [62]:

$$A^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n_w}{pn_{lam}}}, \quad (6.45)$$

$$C^* = \frac{12.86}{\text{Re}^{\log(15.29 / \text{Re}^{0.0567})}}. \quad (6.46)$$

Za turbulentno strujanje u hidraulički hrapavim cijevima izrazi za ove koeficijente su sledeći [63]:

$$A^* = 0.0103 \sqrt{\text{Re}} \left(\frac{e}{D} \right)^{0.39}, \quad (6.47)$$

$$C^* = \frac{1}{0.352 \text{Re} \left(\frac{e}{D} \right)^{0.41}}, \quad (6.48)$$

gdje je:

$\left(\frac{e}{D} \right)$ - relativna hrapavost cjevovoda;

n_w - kinematska viskoznost na zidu cjevovoda;

n_{lam} - laminarna kinematska viskoznost.

Jednačine (6.47) i (6.48) važe za $10^{-6} < e/D < 10^{-2}$.

Jedan od najnovijih modela [65] za određivanje nestacionarnog koeficijenta trenja aproksimira težinsku funkciju kao sumu N eksponencijalnih članova:

$$W(t) = \sum_{k=1}^N m_k e^{-n_k t}. \quad (6.49)$$

Nestacionarni član u izrazu za koeficijent trenja može se predstaviti sledećom jednačinom:

$$f_u = \frac{32nA}{DQ|Q|} \sum_{k=1}^N y_k(t), \quad (6.50)$$

gdje je:

$$y_k(t) = \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} m_k e^{-n_k K(t-t^*)} dt^* . \quad (6.51)$$

Konstanta K konvertuje vrijeme u njegov bezdimenzijski oblik ($K = 4n / D^2$). Za primjenu metode karakteristika i dijamantske mreže potrebno je odrediti vrijednost komponente y_i u trenutku $t+2\Delta t$:

$$y_k(t+2\Delta t) = \int_0^{t+2\Delta t} \frac{\partial Q}{\partial t^*} m_k e^{-n_k K(t+2\Delta t-t^*)} dt^* . \quad (6.52)$$

Rastavljanjem integrala iz prethodne jednačine dobija se:

$$y_k(t+2\Delta t) = \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} m_k e^{-n_k K(t+2\Delta t-t^*)} dt^* + \int_t^{t+2\Delta t} \frac{\partial Q}{\partial t^*} m_k e^{-n_k K(t+2\Delta t-t^*)} dt^* . \quad (6.53)$$

Aproksimacijom drugog člana u prethodnoj jednačini dalje se dobija:

$$y_k(t+2\Delta t) = \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} m_k e^{-n_k K(t+2\Delta t-t^*)} dt^* + m_k e^{-n_k K\Delta t} [Q(t+2\Delta t) - Q(t)] , \quad (6.54)$$

$$y_k(t+2\Delta t) = e^{-2n_k K\Delta t} \left\{ \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} m_k e^{-n_k K(t-t^*)} dt^* \right\} + m_k e^{-n_k K\Delta t} [Q(t+2\Delta t) - Q(t)] . \quad (6.55)$$

Član u zagradi je $y_k(t)$ koji je izračunat u prethodnom vremenskom koraku i u trenutku $t+2\Delta t$ njegova vrijednost je poznata tako da se može napisati konačan izraz za vrijednost funkcije $y(t+2\Delta t)$:

$$y_k(t+2\Delta t) = e^{-n_k K\Delta t} \left\{ e^{-n_k K\Delta t} y_k(t) + m_k [Q(t+2\Delta t) - Q(t)] \right\} . \quad (6.56)$$

U jednačini (6.56) više ne egzistira konvolucija što olakšava određivanje nestacionarnog koeficijenta trenja. U zamjenu za to potrebno je u svakom numeričkom čvoru pamtiti vrijednosti N dodatnih promenljivih y_i tokom vremena. Takođe nije potrebno poznavanje ukupne istorije promjene protoka tokom vremena [65]. Sa poznatom vrijednošću za $y_k(t)$ iz jednačine (6.50) može se odrediti nestacionarni član koeficijenta trenja a zatim i ukupni koeficijenti trenja f^+ i f^- koji egzistiraju u jednačinama (6.14) i (6.15).

Prilikom upoređivanja numeričkih rezultata dobijenih konvolucijskim modelom sa rezultatima eksperimenta primijećeno je odstupanje u fazi. To je sugerisalo da je brzina prostiranja poremećajnog talasa manja nego što se očekivalo. Zbog toga je u momentnu jednačinu uveden korekcionni faktor koji je uzeo u obzir navedena odstupanja. Zaključeno je da se njegova vrijednost ne mijenja puno tokom trajanja prelaznog procesa. Momentni korekcionni faktor b_0 je definisan kao [10]:

$$bAv^2 = \int_A v^2 dA. \quad (6.57)$$

Uvođenjem momentnog korekcionog faktora nagib karakterističnih linija se smanjuje

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \pm \frac{a}{\sqrt{b_0}}, \quad (6.58)$$

a konstanta iz jednačine (6.11) dobija sledeći oblik

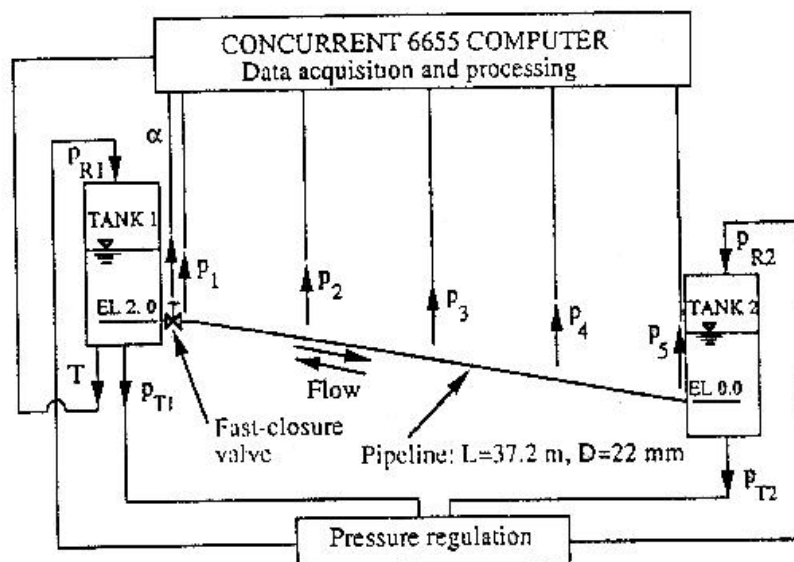
$$C_a = \frac{a\sqrt{b_0}}{gA}. \quad (6.59)$$

7. Primjeri proračuna hidrauličkog udara sa razvijenim numeričkim modelom

7.1. Opis eksperimentalne instalacije za istraživanje fenomena hidrauličkog udara

U ovom poglavlju dat je opis eksperimentalne instalacije koja je konstruisana specijalno za ispitivanje fenomena hidrauličkog udara. Rezultati mjerenja dobijeni na ovoj instalaciji su iskorišćeni za verifikaciju numeričkog modela razvijenog u ovom magistarskom radu.

Instalacija se nalazi u hidrauličkoj laboratoriji "Robin" (Robin Hydraulic Laboratory) na Katedri za građevinu i zaštitu životne sredine Univerziteta u Adelaidi, Adelaida, Australija (Department of Civil and Environmental Engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia). Na Sl. 7.1. dat je njen šematski prikaz.



Slika 7.1. Šematski prikaz eksperimentalne instalacije [4]

Instalacija se sastoji od dva rezervoara pod pritiskom, koji su povezani sa bakarnim cjevovodom konstantnog nagiba i dužine $L=37.23$ (m). Visinsko rastojanje između krajeva cjevovoda je $h=2.034$ (m) tako da se ugao nagiba cjevovoda prema horizontali može izračunati i on iznosi $\Theta=3.2^{\circ}$. Pritisak u rezervoarima se održava konstantnim uz pomoć računara. Mjerači pritiska su postavljeni na pet međusobno jednako udaljenih tačaka duž cjevovoda, tri pokretna (P1, P3, P5) i dva fiksirana (P2,

P4). Kao radni fluid koristi se destilovana voda koja može da struji u oba smjera tako da se eksperiment može izvoditi i za strujanje "naviše" i za strujanje "naniže". Brzozatvarajući ventil se može postaviti na krajevima cjevovoda i na njegovoj sredini tako da se uspješno mogu simulirati različiti hidraulički sistemi (pumpno postrojenje, hidroelektrana itd.) [4]. U sledećim tabelama date su osnovne osobine cjevovoda, radnog fluida i rezervoara pod pritiskom.

Tabela 7.1. Karakteristike cjevovoda i osobine bakra

Karakteristike ili osobine	Vrijednost
Dužina cijevi (L)	37.23±0.01 (m)
Unutrašnji prečnik cijevi (D)	22.1±0.1 (mm)
Debljina zida cijevi (δ)	1.6±0.05 (mm)
Poisson-ov koeficijent (ν)	0.34
Young-ov modul elastičnosti (E)	120±5 (GPa)
Konstrukcioni pritisak (P_d)	5000 (kPa)

Tabela 7.2. Osobine vode

Osobine	Vrijednost
Temperatura (T_w)	20°C
Gustina (ρ)	998 (kg/m ³)
Modul elastičnosti (ϵ)	2.19 (Gpa)
Kinematska viskoznost (ν)	1.01·10 ⁻⁶ (m ² /s)
Apsolutni pritisak isparavanja (p_v^*)	2.34 (kPa)

Tabela 7.3. Osobine rezervoara pod pritiskom

Dimenzije i osobine	Rezervoar 1	Rezervoar 2
Unutrašnji prečnik	0.485 (m)	0.566 (m)
Ukupna visina	2.168 (m)	2.157 (m)
Zapremina rezervoara	0.378 (m ³)	0.509 (m ³)
Minimalna zapremina vazduha	0.076 (m ³)	0.102 (m ³)
Maksimalna zapremina vazduha	0.303 (m ³)	0.329 (m ³)
Ispitni pritisak	690 (kPa)	690 (kPa)

Svaki eksperiment izveden na ovoj instalaciji sastoji se od dvije faze. Prvo se uspostavi stacionarno strujanje u cjevovodu i odrede početni uslovi a zatim se

hidraulički udar izaziva brzim zatvaranjem ventila. Eksperiment se može izvoditi za različite vrijednosti sledećih parametara [4]:

- Ø početna brzina strujanja u cjevovodu V_0 ;
- Ø statički pritisak u oba rezervoara H_{stat} ;
- Ø nagib cjevovoda (strujanje naviše ili naniže);
- Ø pozicija brzozatvarajućeg ventila u cjevovodu (nizvodni ili uzvodni kraj);
- Ø vrijeme zatvaranja ventila t_c .

7.2. Rezultati proračuna dobijeni razvijenim numeričkim modelom i njihovo poređenje sa rezultatima eksperimenta

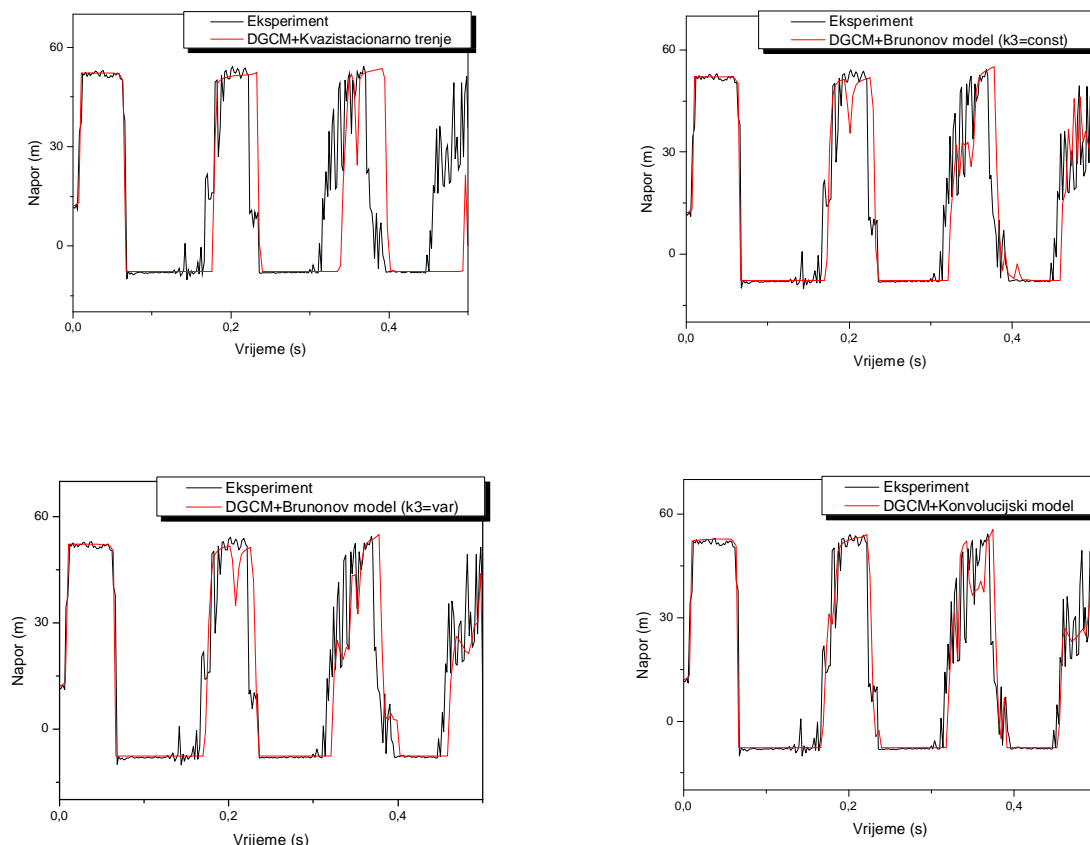
U ovom magistarskom radu su razvijena četiri numerička modela za opisivanje fenomena hidrauličkog udara i to:

1. DGCM model sa kvazistacionarnim trenjem;
2. DGCM model sa nestacionarnim trenjem - Brunone-ov model sa konstantnim koeficijentom k_3 ($k_3=const.$);
3. DGCM model sa nestacionarnim trenjem - Brunone-ov model sa promenljivim koeficijentom k_3 ($k_3=var.$);
4. DGCM model sa nestacionarnim trenjem - konvolucijski model.

Sa svakim od ovih modela je urađena simulacija za različit broj podjela cjevovoda i to $N=16$, $N=32$, $N=64$ i $N=128$, osim konvolucijskog modela koji nije urađen za broj podjela cjevovoda $N=128$.

7.2.1. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti statičkih napora na uzvodnom kraju cjevovoda

Na slikama (7.2, 7.3, 7.4 i 7.5) date su promjene napora i kavitacijske zapremine na ventilu i sredini cjevovoda za različite vrijednosti statičkog napora ($H_{stat}=12$ m, $H_{stat}=22$ m) na uzvodnom kraju cjevovoda i njihovo poređenje sa eksperimentalnim rezultatima. Vrijeme zatvaranja ventila je $t_c=0.009$ (s), početna brzina strujanja fluida u cjevovodu je $V_0=0.30$ (m/s), brzina prostiranja poremećajnog talasa je $a=1319$ (m/s). Vrijeme refleksije udarnog talasa je $2L/a=0.056$ (s).



Slika 7.2. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=16$

Vrijednost maksimalnog napora na ventilu, za $H_{stat}=12$ (m) dobijena eksperimentalno i numeričkim modelima nakon njegovog zatvaranja data je u tabeli 7.4.

Tabela 7.4. Maksimalni napor na ventilu nakon njegovog zatvaranja $N=16$

Eksperiment i numerički model	Maksimalni napor H_{max} (m)
Eksperiment	52.94
DGCM+Kvazistacionarno trenje	52.3
DGCM+ $k_3=const$	52.2
DGCM+ $k_3=var$	52.2
DGCM+Konvolucijski model	52.9

Sva četiri numerička modela pokazuju odlično slaganje sa rezultatima eksperimenta sve do trenutka raspada kavitacionih mjehura na ventilu. Porast napora

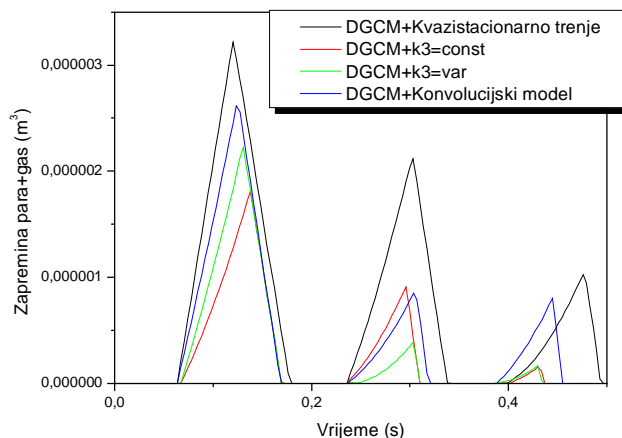
izazvan raspadom mjehurova na dijagramu je predstavljen pikovima. Napor nastao superponiranjem talasa povećanog pritiska i pritiska nastalog usled raspada mjehura ima vrijednost neznatno veću od napora koji bi izazvao poremećajni talas kad u sistemu ne bi došlo do pojave kavitacije. Odstupanja numeričkih modela od eksperimentalnih rezultata počinje upravo sa raspadom kavitacionih mjehura. Najveće odstupanje pokazuje model sa kvazistacionarnim trenjem, zbog ne uzimanja u obzir nestacionarnog člana u izrazu za koeficijent trenja. Sasvim je logično da modeli sa nestacionarnim trenjem pokazuju bolje slaganje sa eksperimentalnim rezultatima, tj. imaju neznatna odstupanja u odnosu na njih. Konvolucijski model pokazuje najbolje slaganje sa rezultatima eksperimenta, kako u fazi tako i u obliku dijagrama. Ovaj model čitavo vrijeme prati maksimalne vrijednosti napora što nije slučaj sa Brunone-ovim modelima koji, kako vrijeme odmiče, daju manje vrijednosti maksimalnih napora.

Do prve pojave kavitacije na ventilu dolazi u trenutku $t_1=0.068(s)$ a do raspada kavitacionog mjehura u trenutku $t_2=0.166 (s)$. Ove vrijednosti zajedno sa vrijednostima dobijenim numeričkim modelima su date u tabeli 7.5.

Tabela 7.5. Vrijeme nastanka i raspada prve kavitacije na ventilu N=16

Eksperiment i numerički model	Vrijeme nastanka kavitacije t_1 (s)	Vrijeme raspada kavitacije t_2 (s)
Eksperiment	0.068	0.166
DGCM+Kvazistacionarno trenje	0.0669	0.176
DGCM+ $k_3=const$	0.067	0.1689
DGCM+ $k_3=var$	0.067	0.16936
DGCM+Konvolucijski model	0.067	0.1658

Promjena kavitacijske zapremine na ventilu tokom vremena prikazana je na Sl.7.3, dok su maksimalne vrijednosti kavitacijskih zapremina na ventilu date u tabeli 7.6.

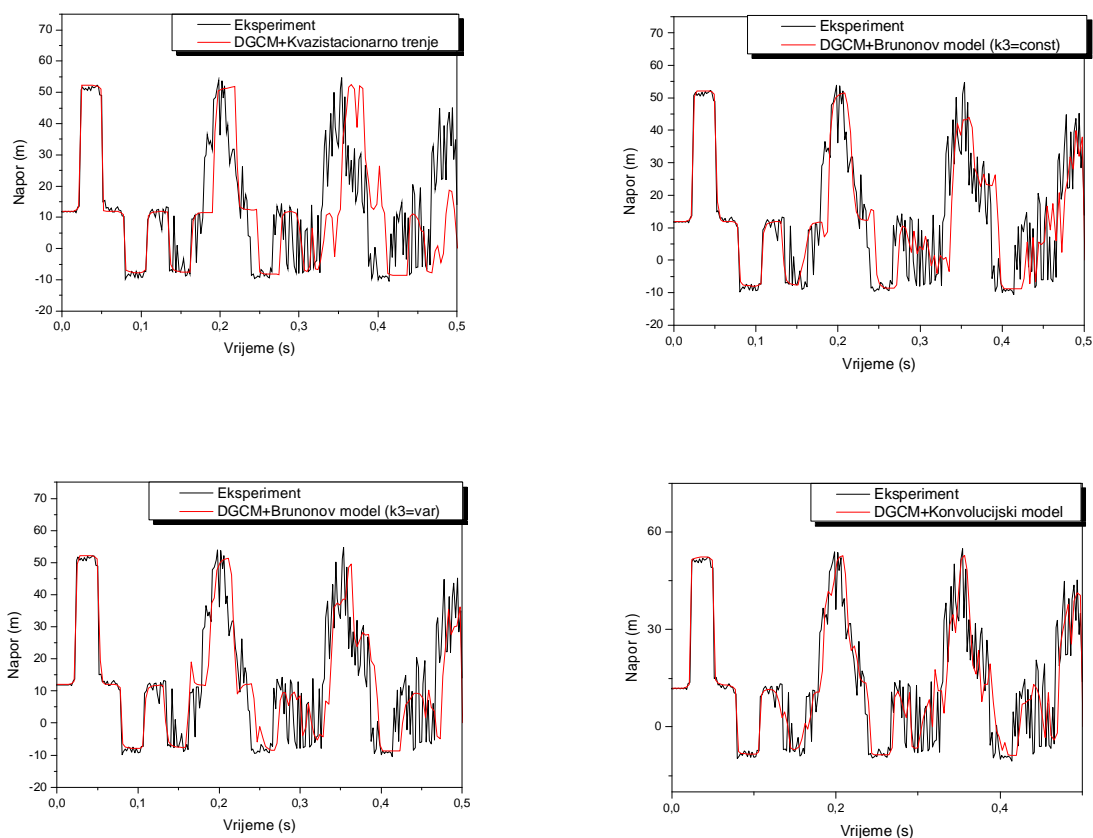


Slika 7.3. Promjena zapremine gas+para na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s,
 $H_{stat}=12$ m, $N=16$

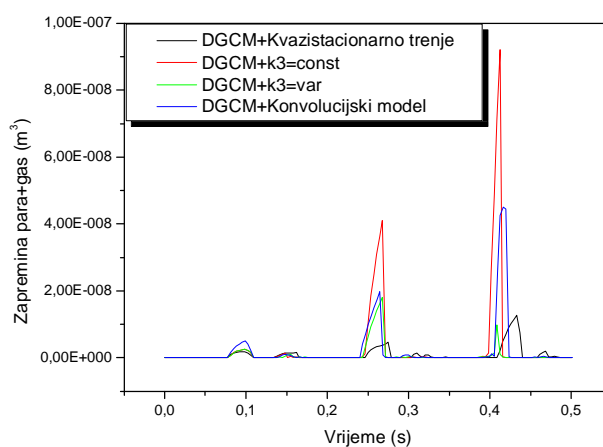
Tabela 7.6. Maksimalne kavitacijske zapremine na ventilu $N=16$

Numerički model	Maksimalna zapremina gas+para V_{max} (m ³)
DGCM+Kvazistacionarno trenje	$3.21 \cdot 10^{-6}$
DGCM+k ₃ =const	$1.8 \cdot 10^{-6}$
DGCM+k ₃ =var	$2.22 \cdot 10^{-6}$
DGCM+Konvolucijski model	$2.62 \cdot 10^{-6}$

DGCM model sa kvazistacionarnim trenjem daje najveću vrijednost kavitacijske zapremine svaki put kada dođe do njene pojave. Kako konvolucijski model pokazuje najbolje slaganje sa rezultatima eksperimenta za slučaj upoređenja promjene napora (Sl.7.2.) to se može pretpostaviti da konvolucijski model daje i najtačnije vrijednosti kavitacijskih zapremina koje se formiraju tokom trajanja prelaznog procesa.



Slika 7.4. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s,
 $H_{stat}=12$ m, $N=16$



Slika 7.5. Promjena zapremine gas+para na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$
m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=16$

Na sredini cjevovoda do formiranja prvih mjehurova dolazi u trenutku $t_1=0.0776$ (s) i oni egzistiraju do trenutka $t_2=0.109$ (s) kada dolazi do njihovog raspada usled nailaska talasa povećanog pritiska od rezervoara ka ventilu. Raspad

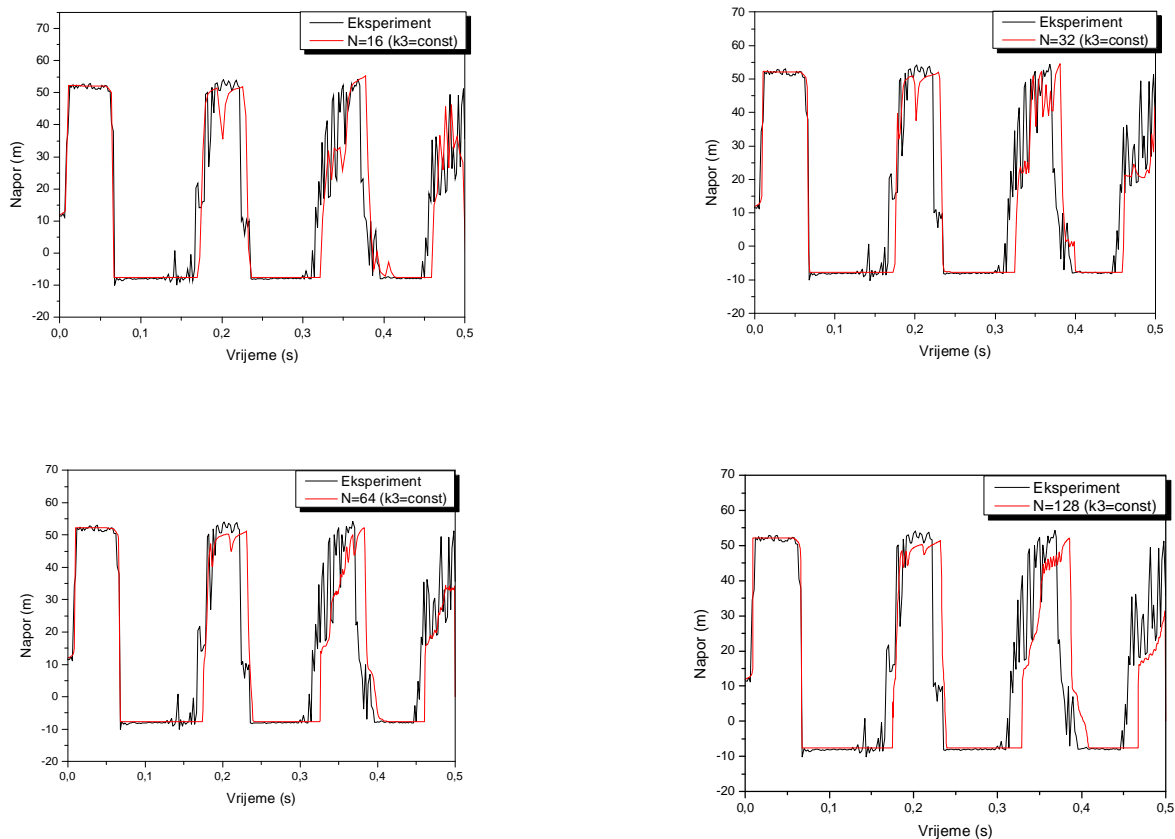
mjehura izaziva porast napora na vrijednost koja je bliska stacionarnoj vrijednosti. Do ponovne pojave kavitacije dolazi u trenutku $t_3=0.135$ (s) i ona opstaje sve do nailaska talasa povećanog pritiska od ventila ka rezervoaru koji izaziva njen potpuni raspad u trenutku $t_4=0.16$ (s). Trenuci pojave i raspada kavitacionih mjehura mogu se očitati kako sa dijagrama koji prikazuje promjenu zapremine gas+para tako i sa dijagrama promjene napora, gdje je kavitacija prikazana pravom linijom konstantnog napora.

Svi numerički modeli pokazuju dobro slaganje što se tiče vremena nastanka i raspada kavitacionih mjehura tokom trajanja prelaznog procesa.

Numerički modeli sa nestacionarnim trenjem, posebno konvolucijski model, pokazuju bolje slaganje sa eksperimentalnim rezultatima od modela sa kvazistacionarnim trenjem.

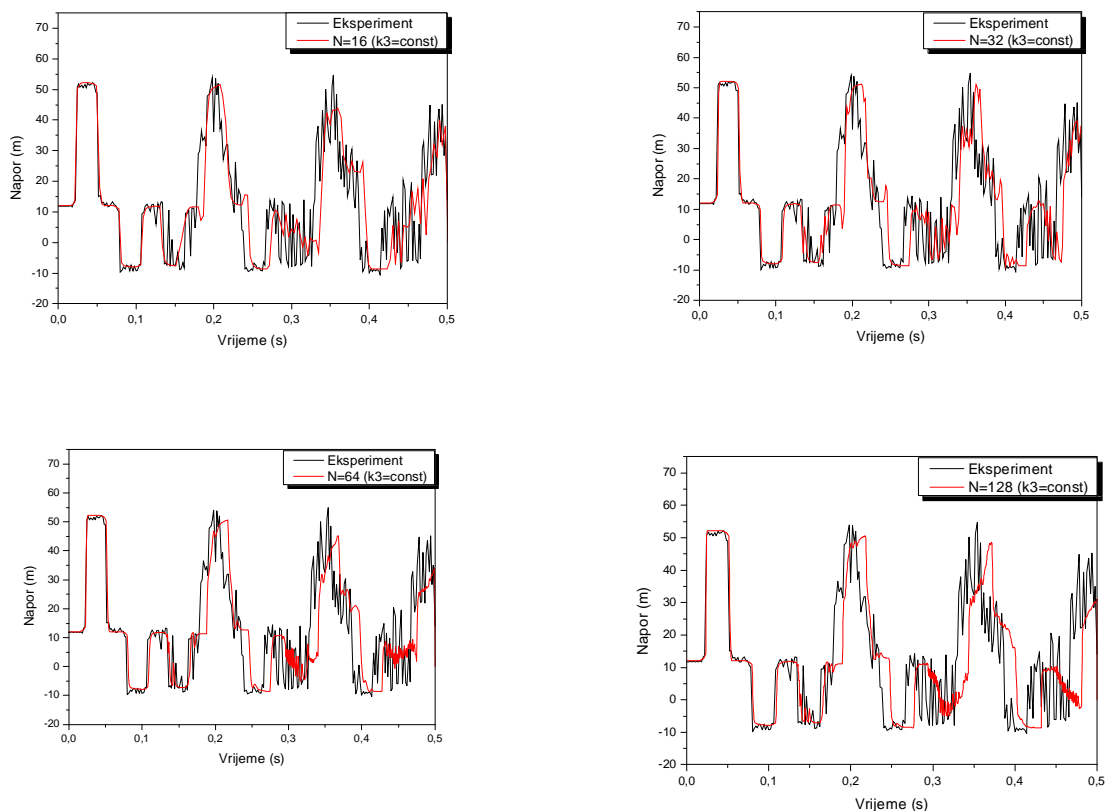
Izvršeno je i upoređenje rezultata za različite podjele cjevovoda (Sl. 7.6. i Sl. 7.7.). Poređenje je izvršeno za Brunone-ov model sa konstantnim koeficijentom k_3 . Sa slike se vidi da povećanje broja podjela ne izaziva, nužno, i približavanje numeričkih rezultata eksperimentalnim. DGCM model sakuplja mjehurove pare i gasa u numeričke čvorove i pretpostavlja da je prostor između čvorova u potpunosti ispunjen fluidom i da se poremećajni pritisni talas između njih kreće konstantnom brzinom. U stvarnosti nije tako, nego se pojedini mjehurovi nalaze između numeričkih čvorova i svojim prisustvom smanjuju brzinu prostiranja poremećajnog talasa. Odstupanje između numeričkih modela sa nestacionarnim trenjem i eksperimentalnih rezultata je posledica razlike između DGCM modela i stvarne situacije u fizičkom sistemu.

Kako je kavitacija, odnosno, formiranje i raspad parnih mjehurova veoma složen proces čiji mehanizmi nijesu u potpunosti jasni, to odstupanja koja pokazuju numerički modeli u stvari nijesu ništa drugo nego pokazatelj koliko je uspješno simuliran sam fizički proces.

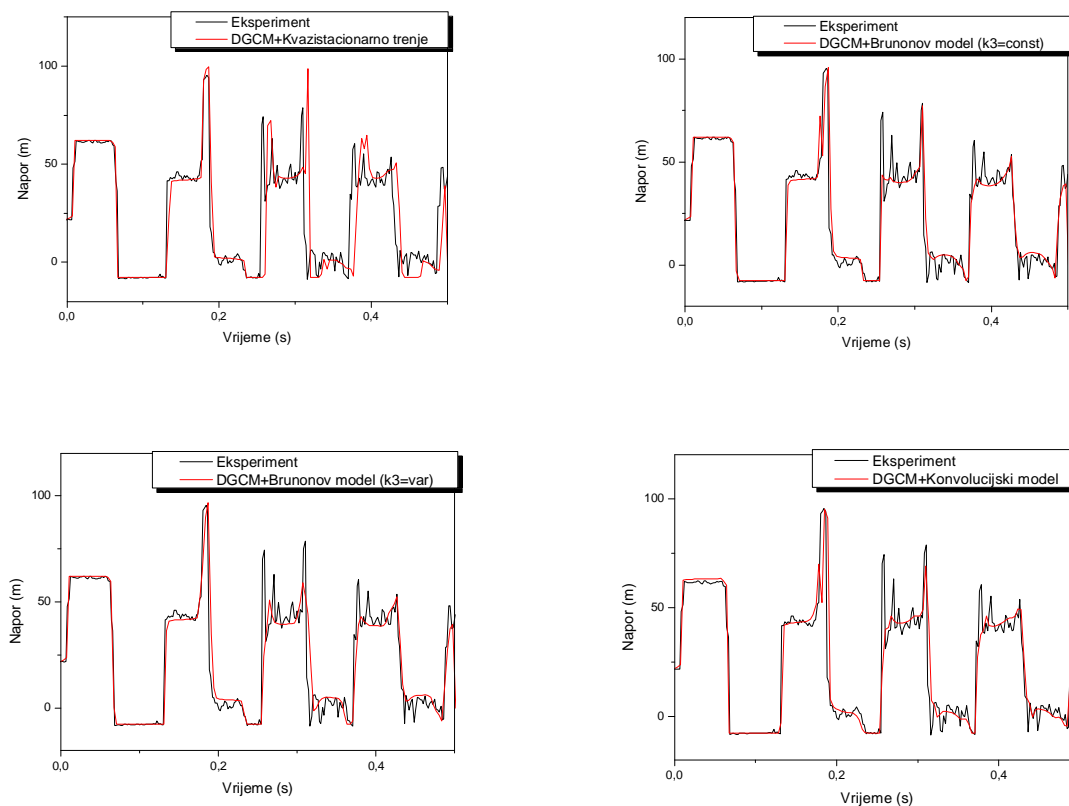


Slika 7.6. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, za razne podjele cjevovoda

Odnos kompjuterskog vremena potrebnog za proračun, za pojedine podjele cjevovoda, je sledeće, $16:32:64:128=1:2:6:24$. Dakle, za vrijeme za koje je potrebno da se uradi proračun za broj podjela $N=128$ moguće je uraditi 24 (dvadeset četiri) proračuna za broj podjela $N=16$. Ovako velika razlika u računarskom vremenu nastala je zbog ne baš najboljeg rešenja za upis dobijenih podataka tokom izvršenja kompjuterskog programa.



Slika 7.7. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, za razne podjele cjevovoda



Slika 7.8. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=16$

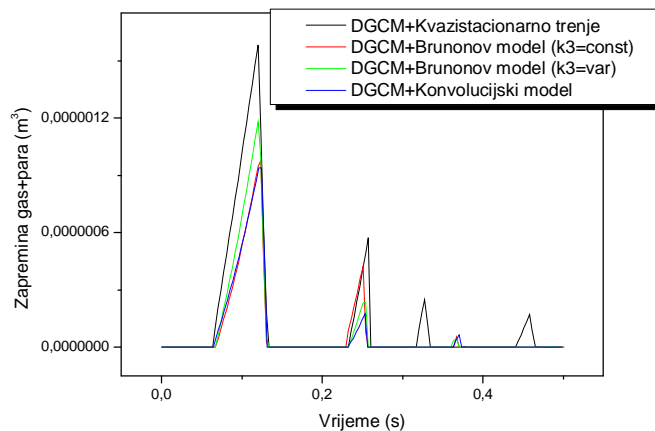
Vrijednost maksimalnog napora na ventilu, za $H_{\text{stat}}=22$ (m) dobijena eksperimentalno nakon njegovog zatvaranja je $H_{\text{max}}=95.6$ (m) u trenutku 0.18423. Maksimalni napor je nastao superpozicijom napora nastalog raspadom kavitacionog mjehura i poremećajnog talasa reflektovanog od ventila. Trajanje maksimalnog napora je veoma kratko i iznosi $Dt=0.00628$ (s).

Tabela 7.7. Maksimalni napor u sistemu za $H_{\text{stat}}=22$ (m)

Eksperiment i numerički model	H_{max} (m)	H_{max} (m)	H_{max} (m)	H_{max} (m)
	N16	N32	N64	N128
Eksperiment	95.6	95.6	95.6	95.6
DGCM+Kvazistacionarno trenje	99.6	100	100.4	100.4
DGCM+ $k_3=\text{const}$	95.8	97.4	97.9	97.7
DGCM+ $k_3=\text{var}$	96.8	95.9	97.9	97.5
DGCM+Konvolucijski model	95.1	97.4	98.1	

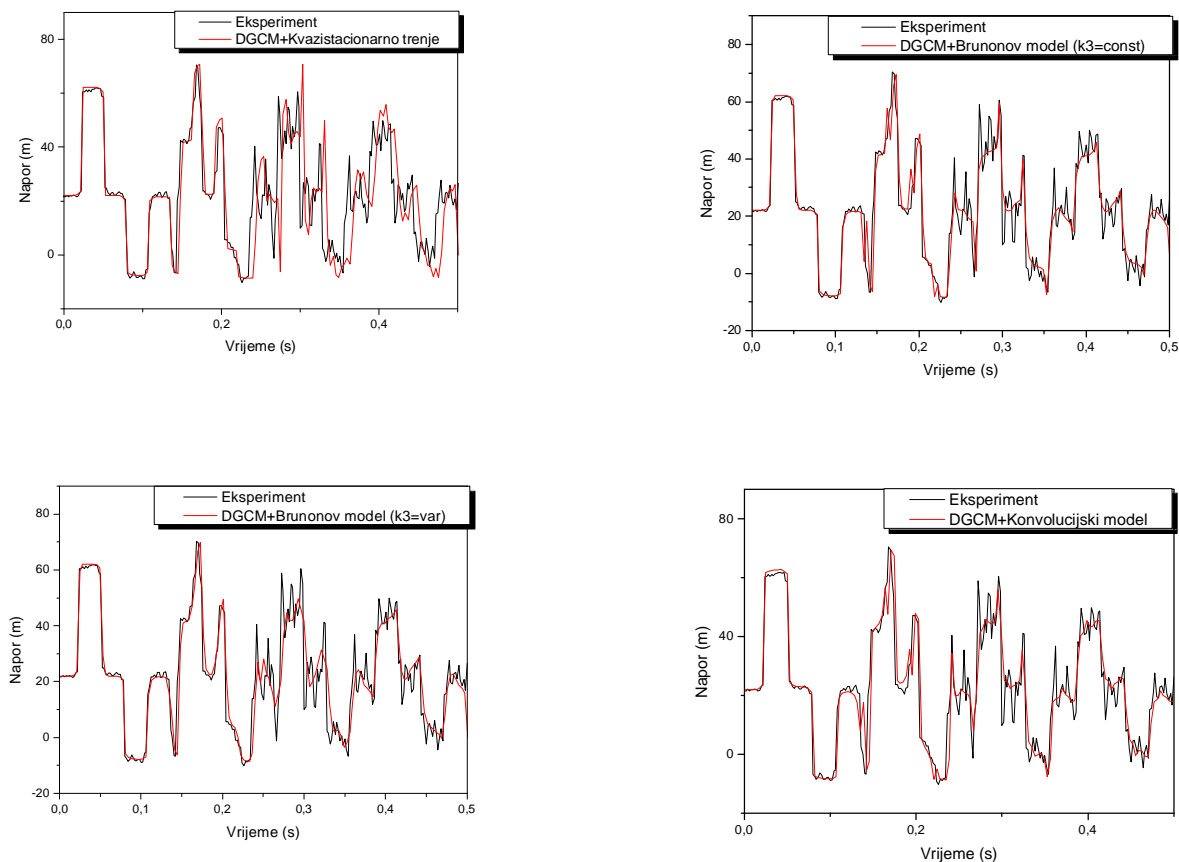
Kako se vidi iz tabele 7.7. svi numerički modeli daju vrijednost maksimalnog napora nešto veću od izmjerene. Model sa kvazistacionarnim trenjem ima odstupanje u fazi počev od trećeg pika napora, dok ostali modeli pokazuju odličan vremenski tajming sa rezultatima eksperimenta. Nijedan model, izuzev donekle kvazistacionarni, ne uspijevaju da pravilno generišu pikove napora u trećoj i četvrtoj fazi. Do pojave kavitacije na ventilu dolazi u trenutku $t_1=0.0684$ (s). Ove vrijednosti dobijene numeričkim modelima su $t_1=0.067$ (s) (DGCM+Kvazistacionarno trenje), $t_1=0.0688$ (s) (DGCM+ $k_3=\text{const}$), $t_1=0.0688$ (s) (DGCM+ $k_3=\text{var}$), $t_1=0.0676$ (s) (DGCM+Konvolucijski model). Na Sl.7.9. data je promjena kavitacijske zapremine na ventilu tokom trajanja prelaznog procesa.

Kvazistacionarni model pokazuje formiranje parnog mjehura u trenutku 0.32 (s) koji opstaje do 0.33 (s), odnosno egzistira 0.01 (s). Takođe, on pokazuje formiranje mjehura i u trenutku 0.44 (s) čije je vrijeme trajanja 0.02 (s). Modeli sa nestacionarnim trenjem ne pokazuju da u tim trenucima postoji kavitacija na ventilu.



Slika 7.9. Promjena zapremine gas+para na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s,
 $H_{stat}=22$ m, $N=16$

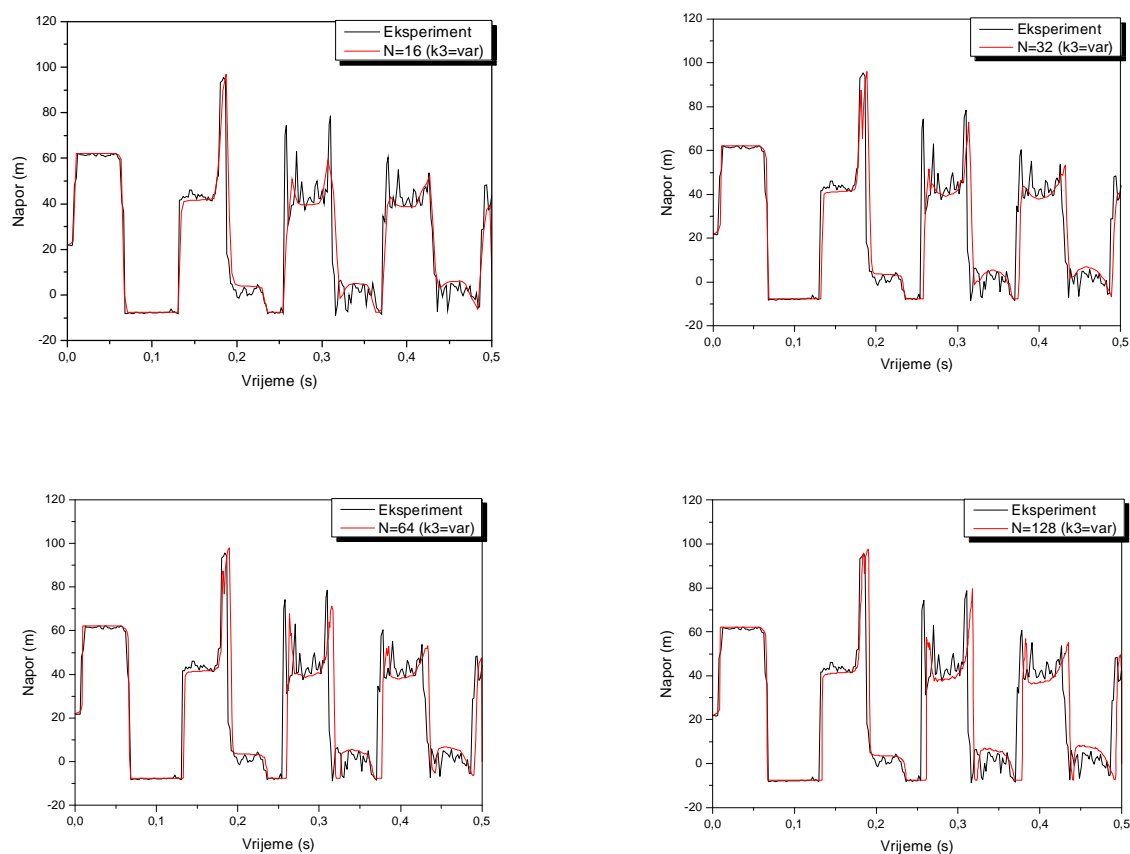
U stvarnosti, u tim trenucima, dolazi do formiranja kavitacionog mjehura koji u prvom slučaju egzistira 0.000012 (s) a u drugom 0.00005 (s). Zapremine ovih mjehurova su tolike da njihov raspad izaziva porast napora oko 14 (m).



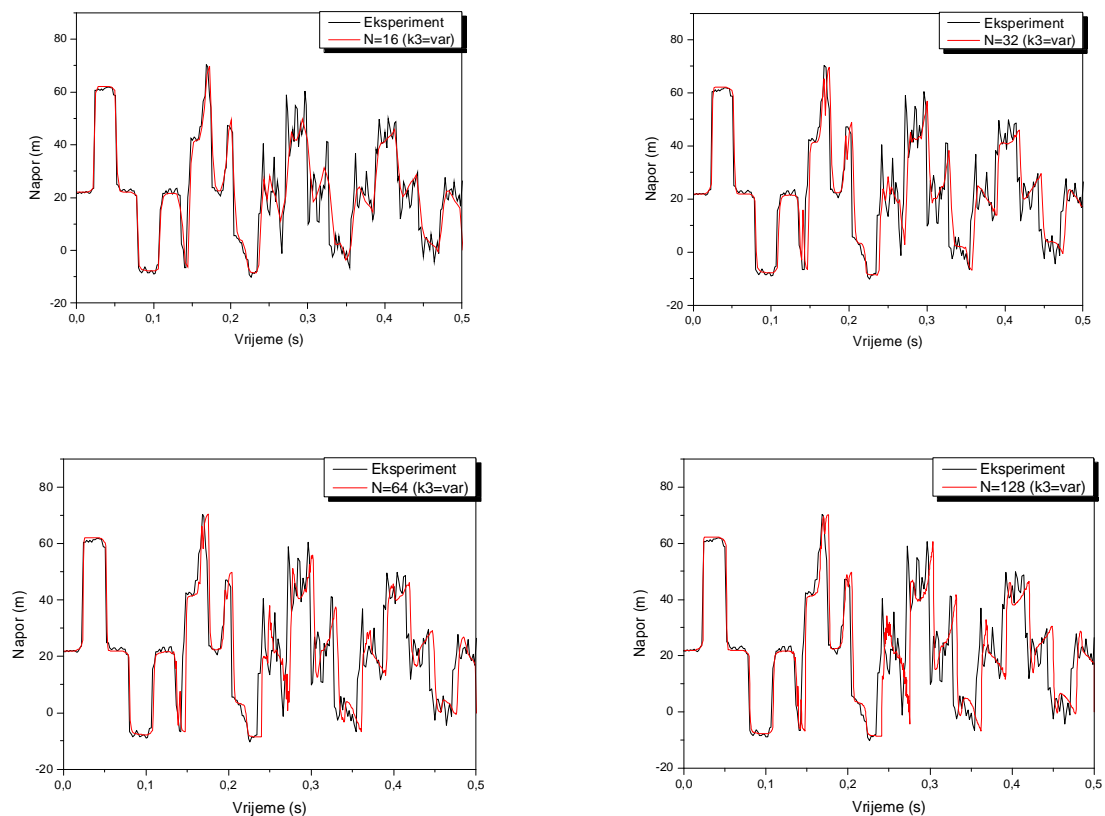
Slika 7.10. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s,
 $H_{stat}=22$ m, $N=16$

Na sredini cjevovoda svi modeli dobro prate pikove maksimalnih napora tokom trajanja prelaznog procesa. Model sa kvazistacionarnim trenjem posle vremena $t=0.23$ (s) pokazuje odstupanje vremenskog perioda za $\Delta t=0.00976$ (s) dok modeli sa nestacionarnim trenjem pokazuju odličan tajming sa vremenskim periodima prelaznog procesa dobijenim eksperimentalno.

Sa povećanjem broja podjela cjevovoda na njegovoj sredini, kao i na ventilu, dolazi do blagog odstupanja numeričkih od eksperimentalnih rezultata (Sl.7.11. i Sl.7.12.). Poređenje je dato za DGCM model sa varijabilnim Brunone-ovim koeficijentom k_3 .



Slika 7.11. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda



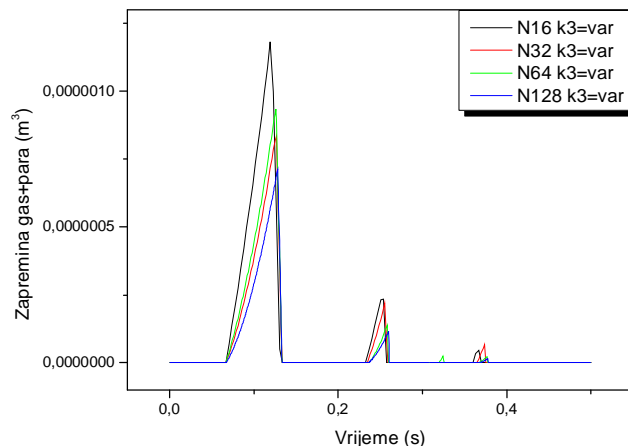
Slika 7.12. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda

Takođe, sa povećanjem broja podjela cjevovoda smanjuje se vremenski i prostorni korak integracije kao i zapremina između numeričkih čvorova. Njihove vrijednosti date su u tabeli 7.8.

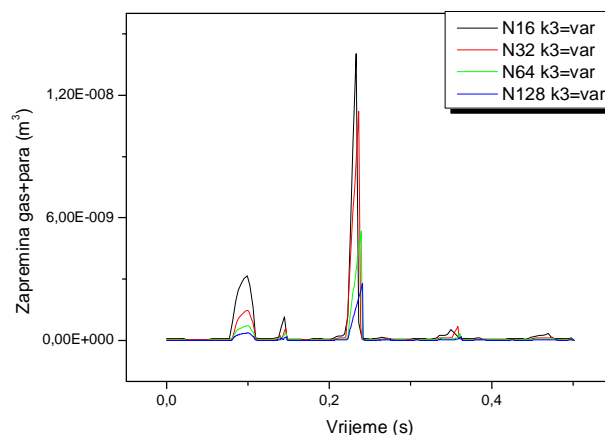
Tabela 7.8. Prostorni i vremenski korak integracije i zapremina između numeričkih čvorova u zavisnosti od broja podjela cjevovoda

Broj podjela cjevovoda	Dx (m)	Dt (s)	DV (m ³)
N=16	2.3269	0.001764	0.000892
N=32	1.1634	$8.82 \cdot 10^{-4}$	0.000446
N=64	0.5817	$4.41 \cdot 10^{-4}$	0.000223
N=128	0.29	$2.2 \cdot 10^{-4}$	0.0001115

Na slikama 7.13. i 7.14. data je promjena kavitacijske zapremine na ventilu i sredini za razne podjele cjevovoda.



Slika 7.13. Promjena zapremine gas+para na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda



Slika 7.14. Promjena zapremine gas+para na sredini za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda

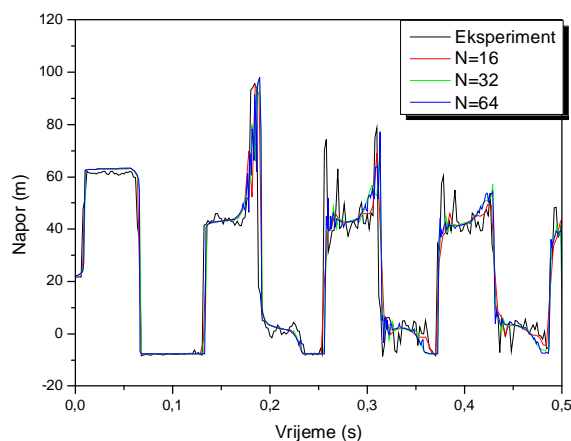
Maksimalne vrijednosti kavitacijskih zapremina na ventilu i sredini cjevovoda u zavisnosti od broja podjela kao i njihov procentualni udio u zapremini između numeričkih čvorova date su u tabeli 7.9. Vidi se da sa povećanjem broja podjela cjevovoda dolazi i do neznatnog povećanja kavitacijske zapremine u odnosu na zapreminu između numeričkih čvorova. Ova pojava važi za kavitacijske zapremine na ventilu, dok na sredini cjevovoda, sa povećanjem broja podjela, ne dolazi do procentualnog povećanja kavitacijske zapremine u odnosu na zapreminu između čvorova.

Tabela 7.9. Maksimalne kavitacijske zapremine za različite podjele cjevovoda

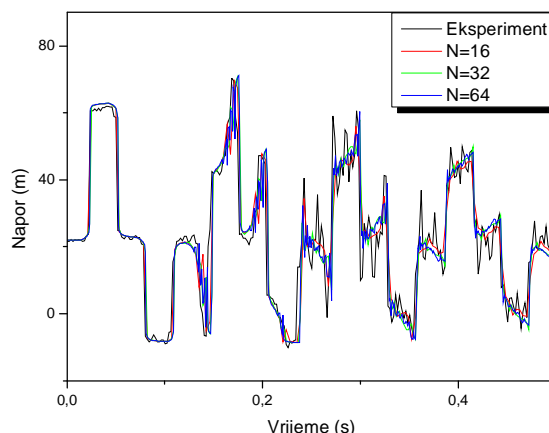
Broj podjela cjevovoda	V_{\max} (m ³) ventil	V_{\max} (m ³) sredina cjevovoda	Udio u DV (%)	
			Ventil	Sredina
N16	$1.18 \cdot 10^{-6}$	$1.4 \cdot 10^{-8}$	0.132	0.00157
N32	$0.835 \cdot 10^{-6}$	$1.12 \cdot 10^{-8}$	0.187	0.0025
N64	$0.934 \cdot 10^{-6}$	$0.534 \cdot 10^{-8}$	0.419	0.0024
N128	$0.712 \cdot 10^{-6}$	$0.277 \cdot 10^{-8}$	0.638	0.0025

Može se zaključiti da blago odstupanje u fazi numeričkih od eksperimentalnih rezultata, sa povećanjem broja podjela cjevovoda, nastaje upravo zbog povećanja kavitacijske zapremine u odnosu na zapreminu između numeričkih čvorova. Za strujne uslove koji bi izazvali pojavu većih kavitacijskih zapremina bila bi i veća fazna odstupanja numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Sa druge strane, sa povećanjem broja podjela, modeli bolje određuju maksimalne vrijednosti napora u trećoj i četvrtoj fazi.

Ova pojava ne važi za konvolucijski model koji za sve podjele cjevovoda pokazuje odličan tajming sa izmjerenim veličinama i daje skoro identične rezultate (Sl.7.15. i Sl.7.16.). Ovakvo ponašanje konvolucijskog modela dovodi u pitanje zaključak izveden prethodno.



Slika 7.15. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda, konvolucijski model



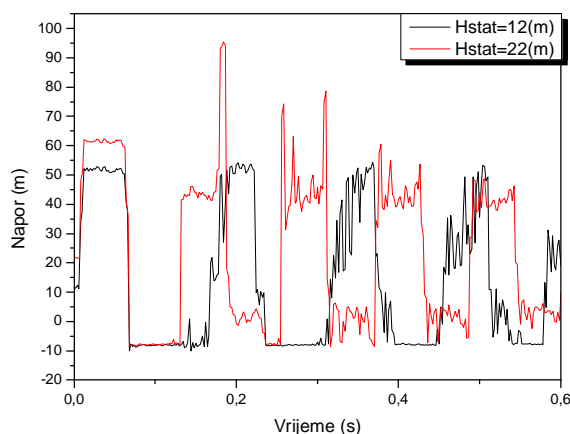
Slika 7.16. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda, konvolucijski model

Poređenjem rezultata dobijenih eksperimentalno (Sl.7.17.) za različite vrijednosti statičkog napora ($H_{stat}=12$ m, $H_{stat}=22$ m) i istu vrijednost početne brzine ($V_0=0.30$ m/s) strujanja fluida može se zaključiti da je porast napora izazvan naglim zatvaranjem ventila približno isti u oba slučaja i da se može izračunati na osnovu formule Joukowsky-og:

$$\Delta H = \frac{aV_0}{g} = \frac{1319 \cdot 0.30}{9.81} = 40.33 \text{ (m)}. \quad (7.1)$$

Napor za $H_{stat}=12$ (m) je $52.94-12=40.94$ (m) a za $H_{stat}=22$ (m) njegova vrijednost je $62.22-22=40.22$ (m).

Dakle, za bilo koju vrijednost statičkog napora i nepromijenjenu početnu brzinu strujanja porast napora izazvan naglim zatvaranjem ventila imaće istu vrijednost.



Slika 7.17. Promjena napora na ventilu za razne vrijednosti statičkih napora, $V_0=0.30$ m/s

Razlika se pojavljuje u vremenu opstajanja mjehurova pare i gasa, kako na ventilu tako i u svakom čvoru u kojem dođe do pojave kavitacije. Za manju vrijednost statičkog napora ovo vrijeme, na ventilu, je $Dt=0.09589$ (s) a za veću vrijednost statičkog napora njegova vrijednost je $Dt= 0.06172$ (s). Može se zaključiti da manja vrijednost statičkog napora na početku prelaznog procesa omogućuje duže vrijeme održavanja kavitacije, odnosno omogućuje intenzivnije stvaranje kavitacionih mjehurova i obrnuto. Raspad kavitacije izaziva veći porast napora za veće vrijednosti statičkog napora i kod njih maksimalni napor u sistemu nastaje nakon raspada prvog kavitacionog mjehura, dok je za manju vrijednost napora maksimalni napor u sistemu jednak naporu Joukowsky-og. Dakle, sa smanjenjem statičkog napora javlja se intenzivnija kavitacija i manje oscilacije napora prilikom njenog raspada.

7.2.2. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti početne brzine strujanja fluida u cjevovodu

U ovom poglavlju dato je poređenje eksperimentalnih rezultata i rezultata dobijenih numeričkim modelima za konstantnu vrijednost statičkog napora na uzvodnom kraju cjevovoda $H_{stat}=22$ (m) i dvije različite vrijednosti početne brzine strujanja fluida u cjevovodu $V_0=0.30$ (m/s) i $V_0=1.40$ (m/s). Promjena napora na ventilu i sredini cjevovoda za početnu brzinu strujanja $V_0=0.30$ (m/s) data je na slikama 7.9. i 7.10., dok je promjena napora za početnu brzinu strujanja fluida $V_0=1.40$ (m/s) predstavljena slikama 7.18. i 7.19.

Vrijednost maksimalnog napora na ventilu, za početnu brzinu strujanja $V_0=1.40$ (m/s) dobijena eksperimentalno i numeričkim modelima nakon njegovog zatvaranja data je u tabeli 7.10. Ovaj napor je istovremeno i maksimalni napor koji se javlja u sistemu

Tabela 7.10. Maksimalni napor na ventilu nakon njegovog zatvaranja $N=32$

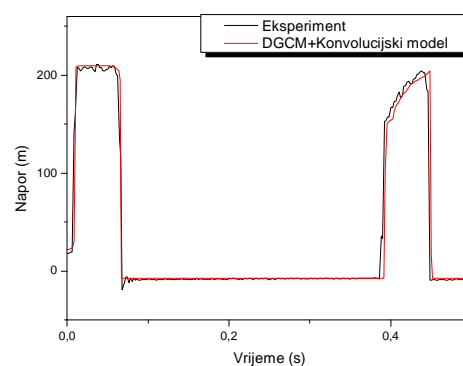
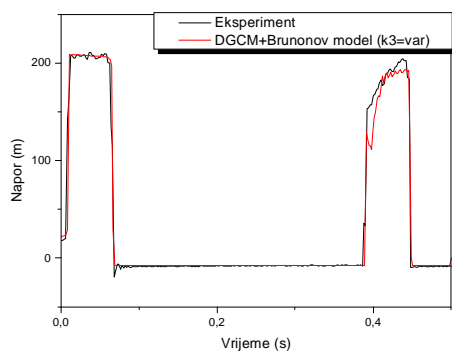
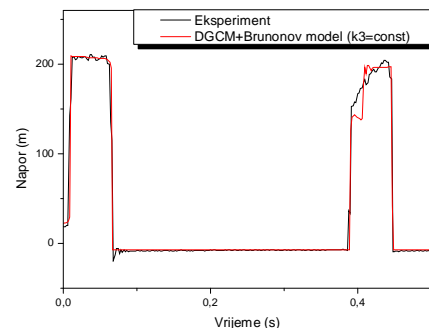
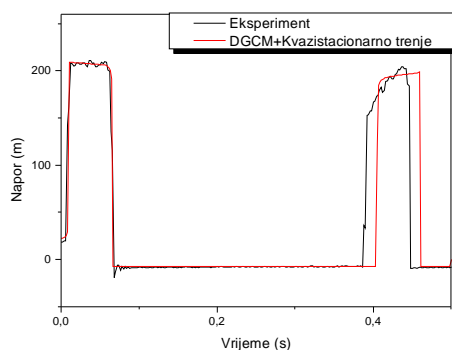
Eksperiment i numerički model	Maksimalni napor H_{max} (m)
Eksperiment	210.88
DGCM+Kvazistacionarno trenje	209.04
DGCM+ $k_3=const$	209
DGCM+ $k_3=var$	209
DGCM+Konvolucijski model	209.86

Može se primijetiti da svi numerički modeli odlično određuju vrijednost maksimalnog napora na ventilu.

Do pojave kavitacije na ventilu dolazi u trenutku $t_1=0.06788$ (s) a do raspada kavitacionog mjehura u trenutku $t_2=0.3862$ (s) pa je vrijeme trajanja prve kavitacije na ventilu $Dt=0.31834$ (s). Ove vrijednosti zajedno sa vrijednostima dobijenim numeričkim modelima su date u tabeli 7.11.

Tabela 7.11. Vrijeme nastanka i raspada prve kavitacije na ventilu $N=32$

Eksperiment i numerički model	Vrijeme nastanka kavitacije t_1 (s)	Vrijeme raspada kavitacije t_2 (s)	Vrijeme trajanja kavitacije Dt (s)
Eksperiment	0.06788	0.3862	0.3183
DGCM+Kvazistac. trenje	0.06683	0.4016	0.3348
DGCM+ $k_3=const$	0.06694	0.3875	0.32
DGCM+ $k_3=var$	0.06689	0.3805	0.3136
DGCM+Konvolucijski model	0.067	0.3916	0.325

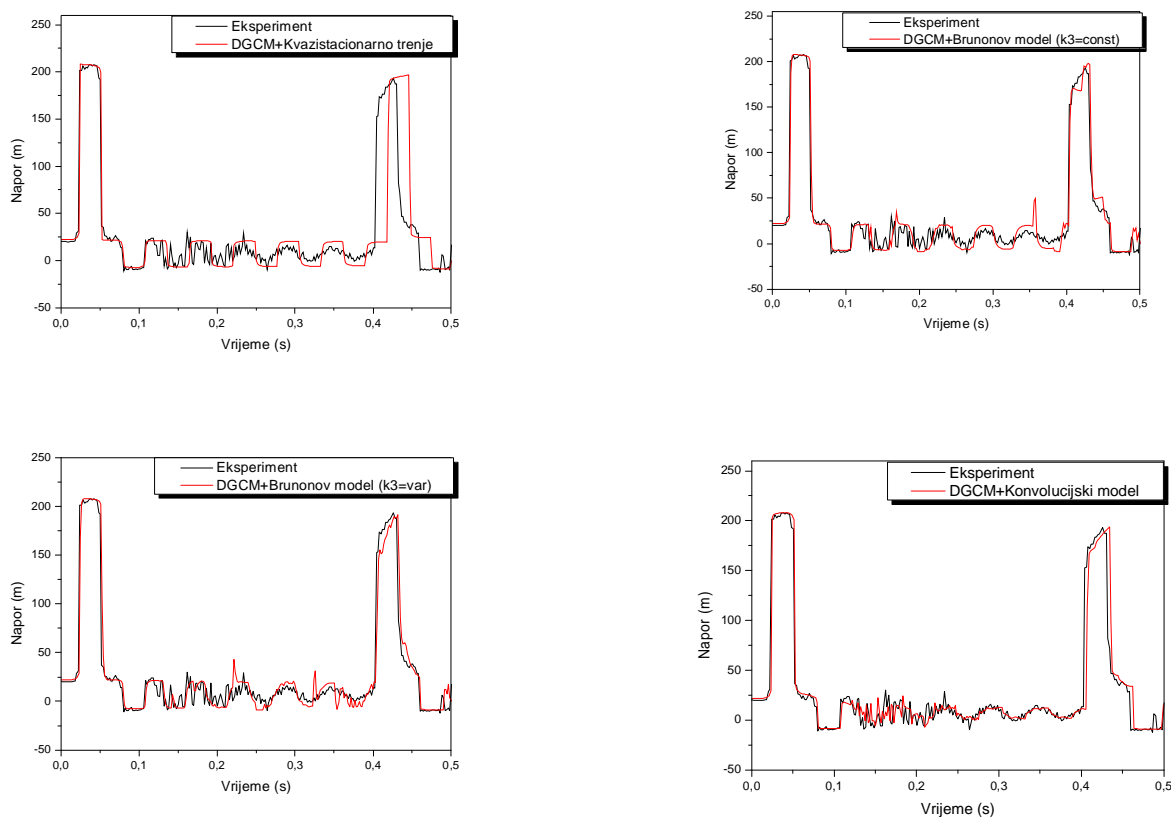


Slika 7.18. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=32$

Na sredini cjevovoda primjećuje se kontinuirano nastajanje i raspad kavitacionih mjehurova (sl.7.19.). Ova pojava je na dijagramu predstavljena velikim brojem pikova. Zbog učestalog raspada mjehurova i formiranja novih ne dolazi do stvaranja većih kavitacionih mjehurova čiji bi raspad značajnije uticao na veličinu napora.

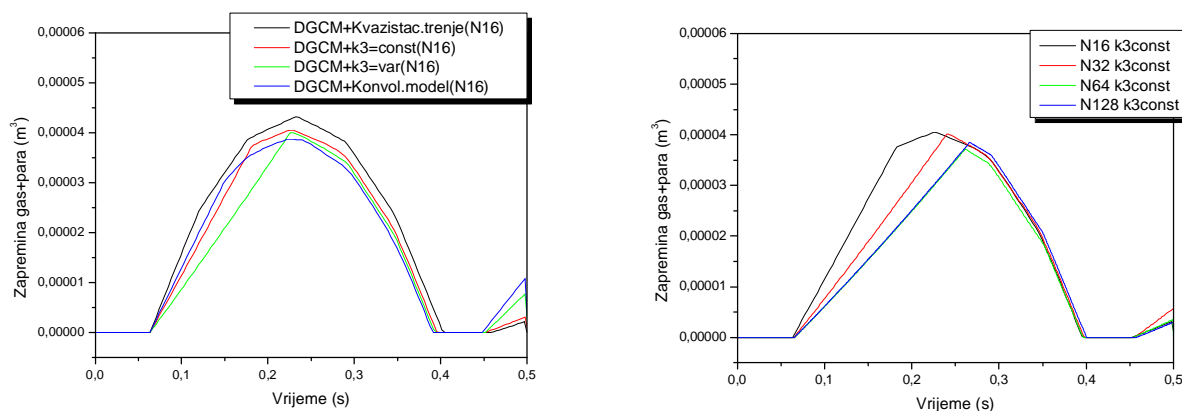
Ponovo se može primijetiti da odstupanje od eksperimentalnih rezultata pokazuje model sa kvazistacionarnim trenjem i to nakon vremenskog trenutka **0.386(s)**, dok modeli sa nestacionarnim trenjem pokazuju gotovo potpuno slaganje sa eksperimentalnim rezultatima, kako na samom ventilu tako i na sredini cjevovoda. Periodi nastanka i raspada kavitacionih mjehurova su skoro identični. Konvolucijski model se, skoro u potpunosti, poklapa sa eksperimentalnim rezultatima, kako na ventilu tako i na sredini cjevovoda.

Može se izvesti zaključak da je uzrok odstupanja kvazistacionarnog modela, u ovom slučaju, upravo u zanemarivanju nestacionarnosti trenja.



Slika 7.19. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s,
 $H_{stat}=22$ m, $N=32$

Na slici 7.20. data je promjena kavitacijske zapremine na ventilu.



Slika 7.20. Promjena zapremine gas+para na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za sve numeričke modele i razne podjele cjevovoda

Maksimalna kavitacijska zapremina formirana na ventilu, za sve numeričke modele, i razne podjele cjevovoda, data su u tabelama 7.12. i 7.13.

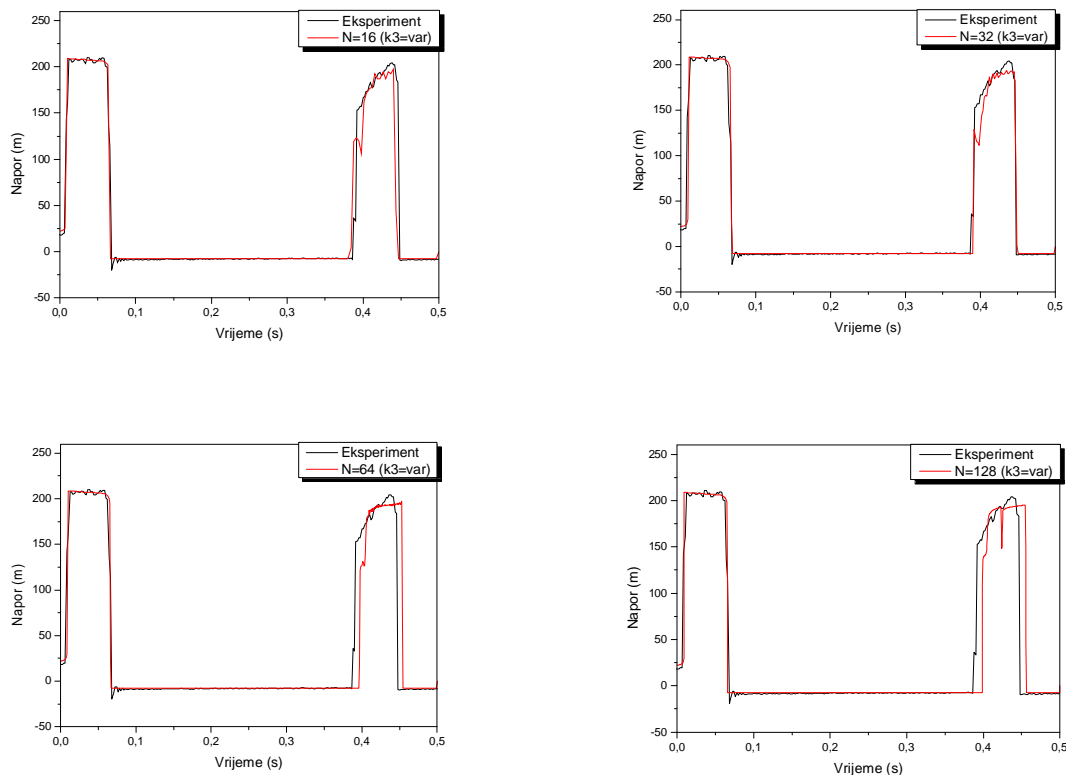
Tabela 7.12. Maksimalne kavitacijske zapremine na ventilu za razne numeričke modele
N=32

Numerički model	V_{max} (m ³) ventil	Udio u DV (%)
DGCM+Kvazistacionarno trenje	$4.32 \cdot 10^{-5}$	4.84
DGCM+k ₃ =const	$4.05 \cdot 10^{-5}$	4.54
DGCM+k ₃ =var	$3.998 \cdot 10^{-5}$	4.48
DGCM+Konvolucijski model	$3.87 \cdot 10^{-5}$	4.34

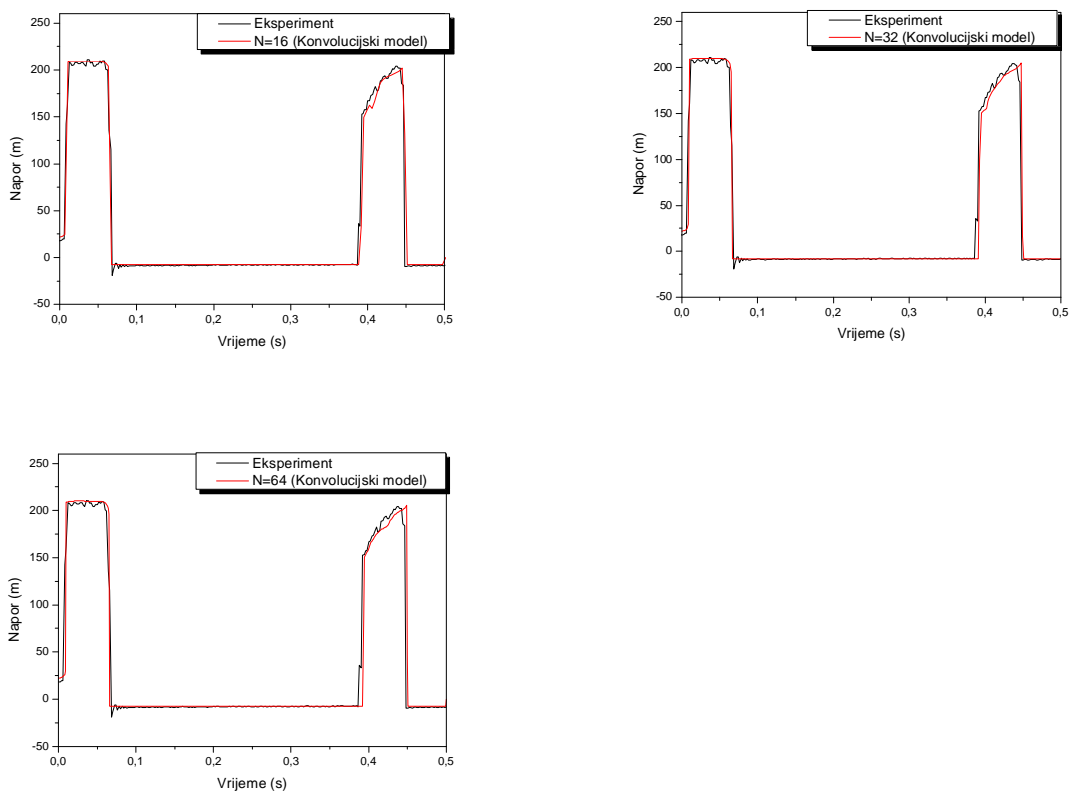
Tabela 7.13. Maksimalne kavitacijske zapremine na ventilu za razne podjele cjevovoda

Broj podjela cjevovoda k ₃ =const	V_{max} (m ³) ventil	Udio u DV (%)
N16	$4.05 \cdot 10^{-5}$	4.54
N32	$4.02 \cdot 10^{-5}$	9.01
N64	$3.71 \cdot 10^{-5}$	16.636
N128	$3.85 \cdot 10^{-5}$	34.52

Svi numerički modeli daju približno iste vrijednosti kavitacijske zapremine. Ova vrijednost ostaje približno ista i za različite podjele cjevovoda. Dakle, DGCM model daje dobre rezultate i za slučajeve kada je veličina kavitacionog mjehura znatna u odnosu na zapreminu između numeričkih čvorova.



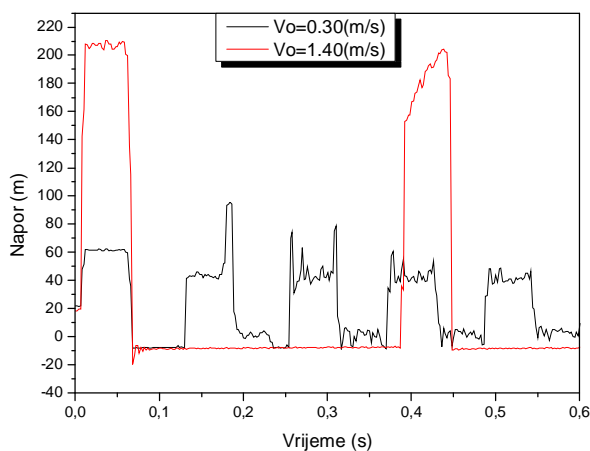
Slika 7.21. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda, $k_3=var$



Slika 7.22. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda, konvolucijski model

Sa povećanjem broja podjela cjevovoda povećava se odstupanje numeričkih od eksperimentalnih rezultata, za sve modele izuzev konvolucijskog (sl.7.21. i 7.22.). I u ovom slučaju konvolucijski model za sve podjele cjevovoda pokazuje dobro slaganje sa izmjerenim vrijednostima. Može se zaključiti da povećanje broja podjela cjevovoda nema nikakav uticaj na tačnost konvolucijskog modela.

Upoređivanjem rezultata za različite inicijalne brzine strujanja fluida u cjevovodu i iste vrijednosti statičkih napora na uzvodnom kraju cjevovoda (Sl. 7.23), može se zaključiti da za veće početne brzine strujanja maksimalni napor u sistemu ima mnogo veću vrijednost. Takođe je i vrijeme opstanka kavitacije na ventilu mnogo duže za veće početne brzine strujanja fluida.

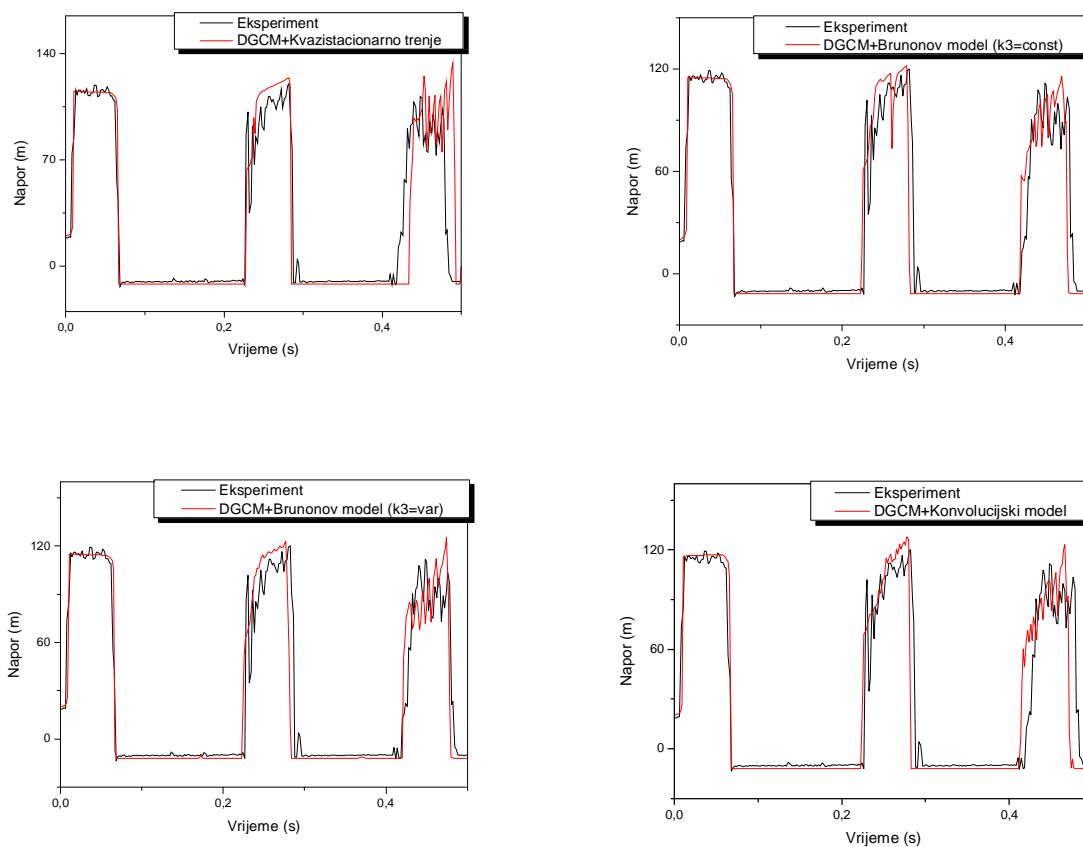


Slika 7.23. Promjena napora na ventilu za različite vrijednosti početnih brzina strujanja, $H_{stat}=22$ (m)

Ovo vrijeme je za početnu brzinu $V_0=1.40$ (m/s), $Dt=0.31834$ (s), dok je za početnu brzinu strujanja fluida u cjevovodu $V_0=0.30$ (m/s) $Dt= 0.06172$ (s). Dakle, sa povećanjem početne brzine strujanja povećava se i vrijeme trajanja kavitacije na ventilu. Samim tim je i kavitacijska zapremina koja se formira na ventilu veća. Isto tako, za manju početnu brzinu strujanja maksimalni napor koji se javlja u sistemu je veći od napora Joukowsky-og (izraz 7.1.), koji se dobija nakon zatvaranja ventila. Ovaj maksimalni napor se dobija nakon raspada prvog kavitacionog mjehura. Pojava kavitacije i njen raspad, za veću početnu brzinu strujanja fluida, generiše napor manji od napora Joukowsky-og, tako da je maksimalni napor u sistemu napor dobijen odmah nakon zatvaranja ventila.

7.2.3. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti nagiba cjevovoda

Uticaj nagiba cjevovoda je posmatran za slučajeve zatvaranja ventila na nizvodnom kraju i to za vrijednosti nagiba cjevovoda za strujanje "naviše" $q=+3.2^0$ i za strujanje "naniže" $q=-3.2^0$. Početna brzina strujanja fluida u cjevovodu za oba slučaja je identična i njena vrijednost je $V_0=0.71$ (m/s). Vrijednosti statičkih napora su, za strujanje "naviše" $H_{stat}=22$ (m), za strujanje "naniže" $H_{stat}=20$ (m). Ove vrijednosti obezbjeđuju početni napor na ventilu $H_{vst}=20$ (m). Promjena napora na ventilu i sredini cjevovoda za strujanje "naniže" prikazana je na slikama 7.24. i 7.25. dok je promjena napora na ventilu i sredini cjevovoda za strujanje "naviše" prikazana na slikama 7.26. i 7.27. Vrijeme zatvaranja ventila je isto u oba slučaja i iznosi $t_c=0.009$ (s), a brzina prostiranja poremećajnog talasa je $a=1319$ (m/s).



Slika 7.24. Promjena napora na ventilu za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=32$

Tabela 7.14. Maksimalni napor u sistemu za strujanje "naniže" N=32

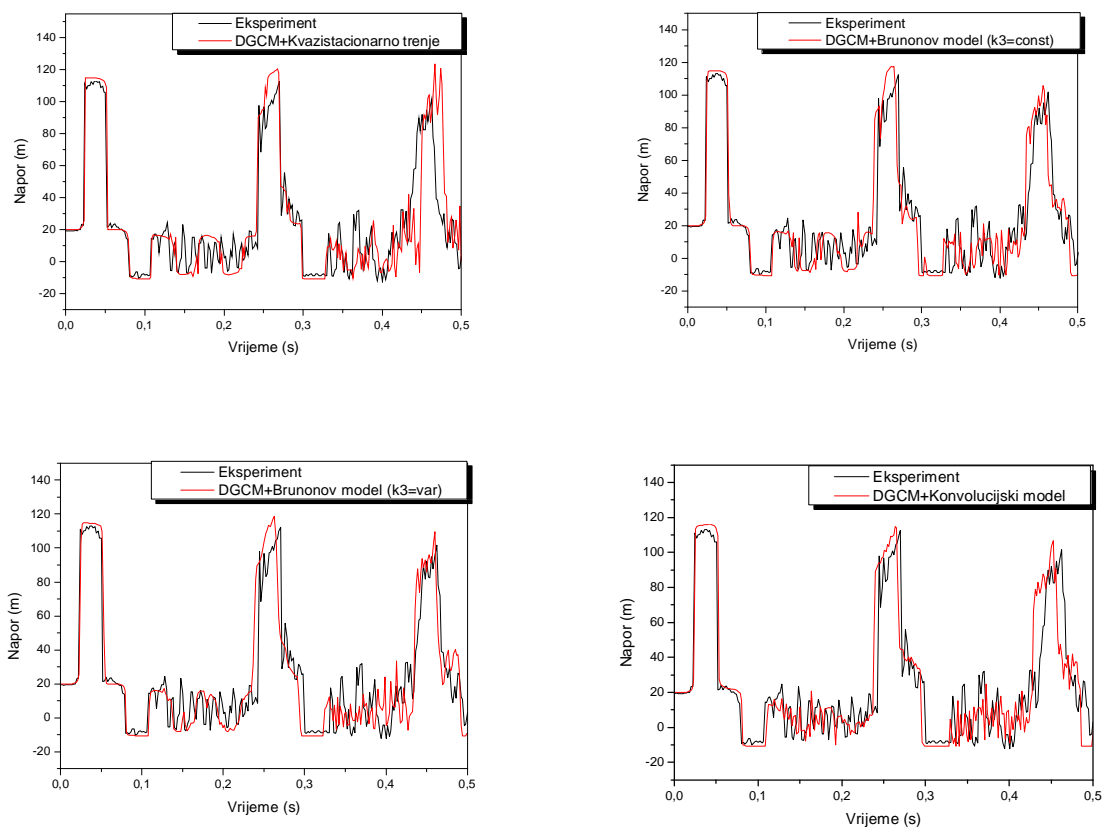
Eksperiment i numerički model	Maksimalni napor H_{\max} (m)		
	I faza	II faza	III faza
Eksperiment	119.21	120.03	111.66
DGCM+Kvazistacionarno trenje	115.13	124.16	133.89
DGCM+ k_3 =const	115	121.89	115.79
DGCM+ k_3 =var	114.99	122.7	125.11
DGCM+Konvolucijski model	116.93	127.87	123.16

Maksimalni napor u sistemu se javlja nakon raspada prvog kavitacionog mjehura u drugom piknu napora. Brunone-ov model sa konstantnim koeficijentom k_3 kao i konvolucijski takođe generišu maksimalni napor u drugoj fazi, dok kvazistacionarni model i Brunone-ov sa varijabilnim koeficijentom k_3 daju nerealne vrijednosti maksimalnih napora u trećoj fazi. Za strujanje "naniže", svi numerički modeli pokazuju dobro slaganje sa rezultatima eksperimenta za prve dvije faze napora. Nakon vremena $t=0.408$ (s) svi modeli pokazuju blago odstupanje u fazi od eksperimentalnih rezultata. U trećoj fazi napora konvolucijski i kvazistacionarni model pokazuju nešto veće odstupanje od eksperimentalnih rezultata od Brunone-ovih modela nestacionarnog trenja.

Tabela 7.15. Vrijeme nastanka i raspada prve kavitacije na ventilu N=32

Eksperiment i numerički model	Vrijeme nastanka kavitacije t_1 (s)	Vrijeme raspada kavitacije t_2 (s)	Vrijeme trajanja kavitacije Dt (s)
Eksperiment	0.0682	0.2262	0.158
DGCM+Kvazistac. trenje	0.0669435	0.22546	0.158
DGCM+ k_3 =const	0.067	0.22228	0.155
DGCM+ k_3 =var	0.06879	0.22225	0.154
DGCM+Konvolucijski model	0.06767	0.2226	0.155

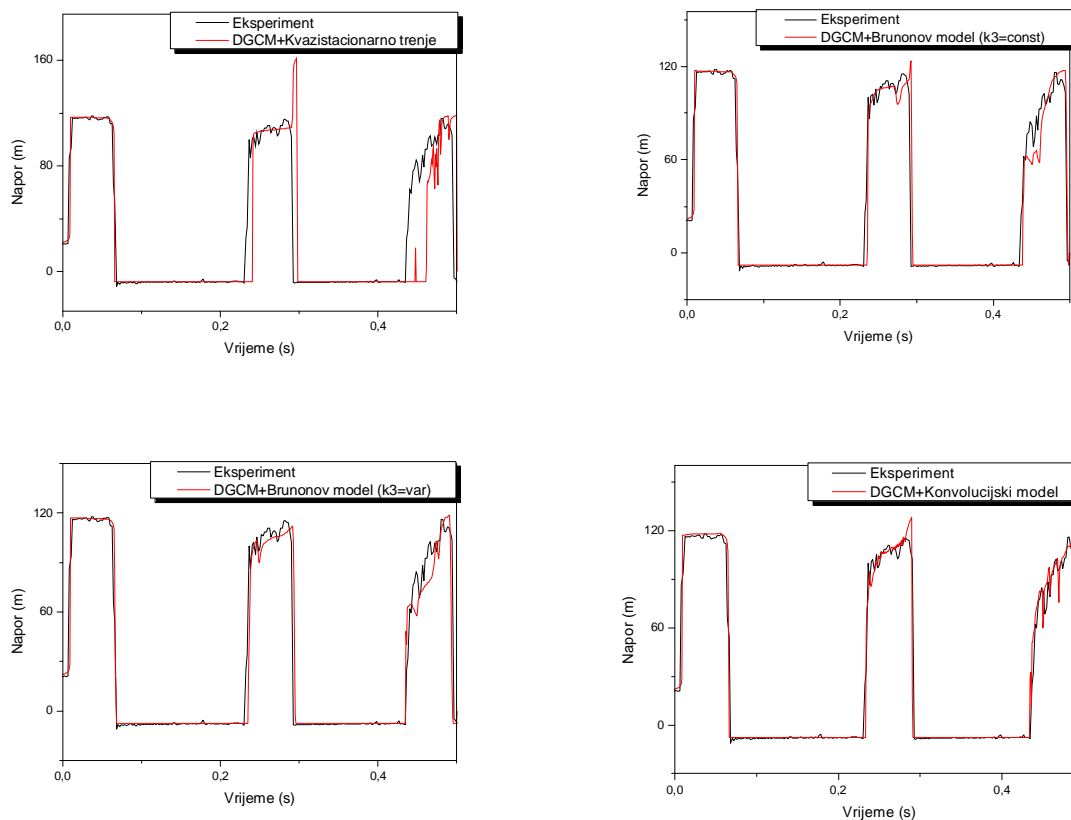
Na osnovu tabele 7.15. može se zaključiti da svi numerički modeli dobro određuju početak i vrijeme trajanja prve kavitacije na ventilu.



Slika 7.25. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=32$

Maksimalni napor na sredini cjevovoda, za strujanje "naniže", javlja se u drugoj fazi napora i sa slike 7.25. se vidi svi numerički modeli pokazuju dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima za prve dvije faze napora dok u trećoj fazi konvolucijski i kvazistacionarni model pokazuju veće odstupanje od Brunone-ovih modela. Sa slike se, takođe, vidi da na sredini cjevovoda dolazi do intenzivnog nastajanja i raspada kavitacionih mjehura. Njihov raspad se manifestuje kao dodatni porast napora što je na dijagramu predstavljeno pikovima.

Na slici 7.26. predstavljena je promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", dobijena eksperimentalno i njeno poređenje sa numeričkim rezultatima. Vrijednost maksimalnog napora na ventilu, za strujanje "naviše", dobijena eksperimentalno je $H_{max}=117.89$ (m) i ona se dobija u prvoj fazi napora odmah nakon zatvaranja ventila. Maksimalne vrijednosti napora dobijene numeričkim modelima date su u tabeli 7.16.



Slika 7.26. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=64$

Tabela 7.16. Maksimalni napor u sistemu za strujanje "naviše" $N=64$

Eksperiment i numerički model	Maksimalni napor H_{max} (m)		
	I faza	II faza	III faza
Eksperiment	117.9	115.3	116.14
DGCM+Kvazistacionarno trenje	117.2	161.3	118.23
DGCM+ $k_3=const$	117.2	123.3	117.6
DGCM+ $k_3=var$	117.2	112.01	118.6
DGCM+Konvolucijski model	118.2	128.12	117.6

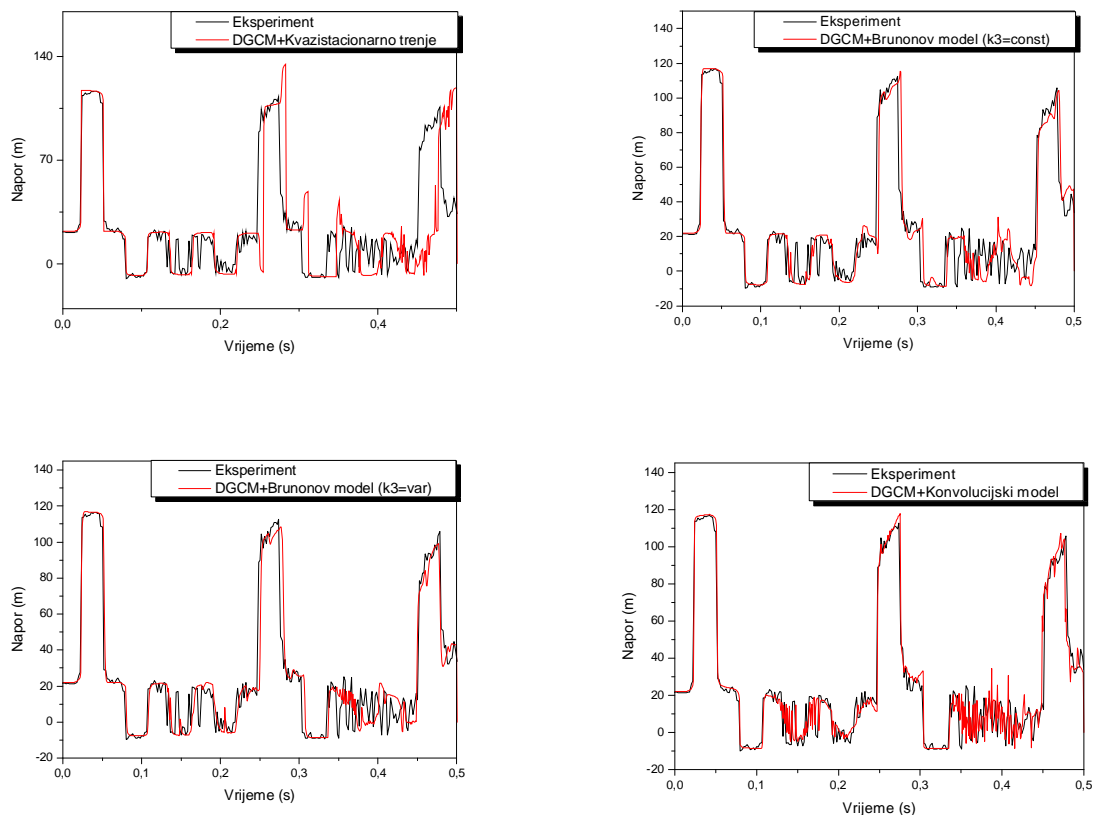
Za strujanje "naviše" modeli sa nestacionarnim trenjem pokazuju odlično slaganje, u svakoj fazi, sa eksperimentalnim rezultatima, dok model sa kvazistacionarnim trenjem počinje sa odstupanjem u drugoj fazi i ono se lagano povećava sa vremenom. Svi modeli odlično određuju veličinu napora u prvoj fazi. U drugoj fazi napora kvazistacionarni model pokazuje nerealno visok skok napora. Ovaj

skok napora, ali u manjoj mjeri, prikazuju i konvolucijski i Brunone-ov model sa $k_3=\text{const}$. Ovi napori su, ujedno, i maksimalni napori ovih numeričkih modela. U trećoj fazi svi modeli dobro određuju vrijednost napora.

Tabela 7.17. Vrijeme nastanka i raspada prve kavitacije na ventilu N=64

Eksperiment i numerički model	Vrijeme nastanka kavitacije t_1 (s)	Vrijeme raspada kavitacije t_2 (s)	Vrijeme trajanja kavitacije Dt (s)
Eksperiment	0.068	0.23	0.162
DGCM+Kvazistac. trenje	0.066	0.24	0.174
DGCM+ $k_3=\text{const}$	0.067	0.235	0.168
DGCM+ $k_3=\text{var}$	0.0678	0.2351	0.167
DGCM+Konvolucijski model	0.0662	0.233	0.1668

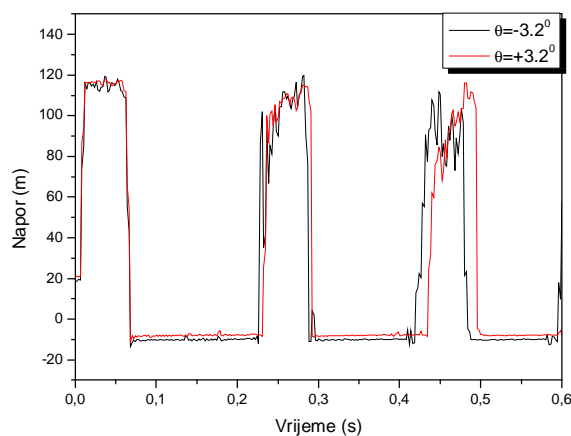
Vrijeme trajanja kavitacije na ventilu svi numerički modeli dobro određuju.



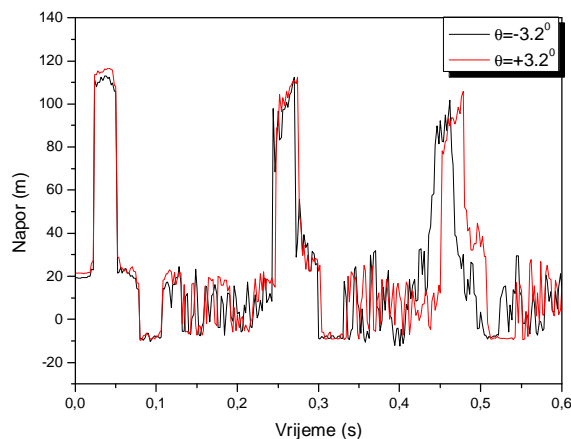
Slika 7.27. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{\text{stat}}=22$ m, $N=64$

Na sredini cjevovoda modeli sa nestacionarnim trenjem imaju odlično poklapanje sa eksperimentalnim rezultatima. Ovo se posebno odnosi na konvolucijski model koji pored odličnog određivanja maksimalnih napora dobro simulira i intenzivno nastajanje i raspad kavitacionih mjehurova za vrijeme niže vrijednosti napora. Kvazistacionarni model pokazuje dosta velika odstupanja od eksperimentalnih rezultata od trenutka $t=0.25$ (s).

Na slikama 7.28. i 7.29. dati su uporedni eksperimentalni rezultati promjene napora na ventilu i sredini cjevovoda za strujanje “naniže” i “naviše”.



Slika 7.28. Promjena napora na ventilu za različite vrijednosti nagiba cjevovoda, $V_0=0.71$ (m/s)



Slika 7.29. Promjena napora na sredini cjevovoda za različite vrijednosti njegovog nagiba, $V_0=0.71$ (m/s)

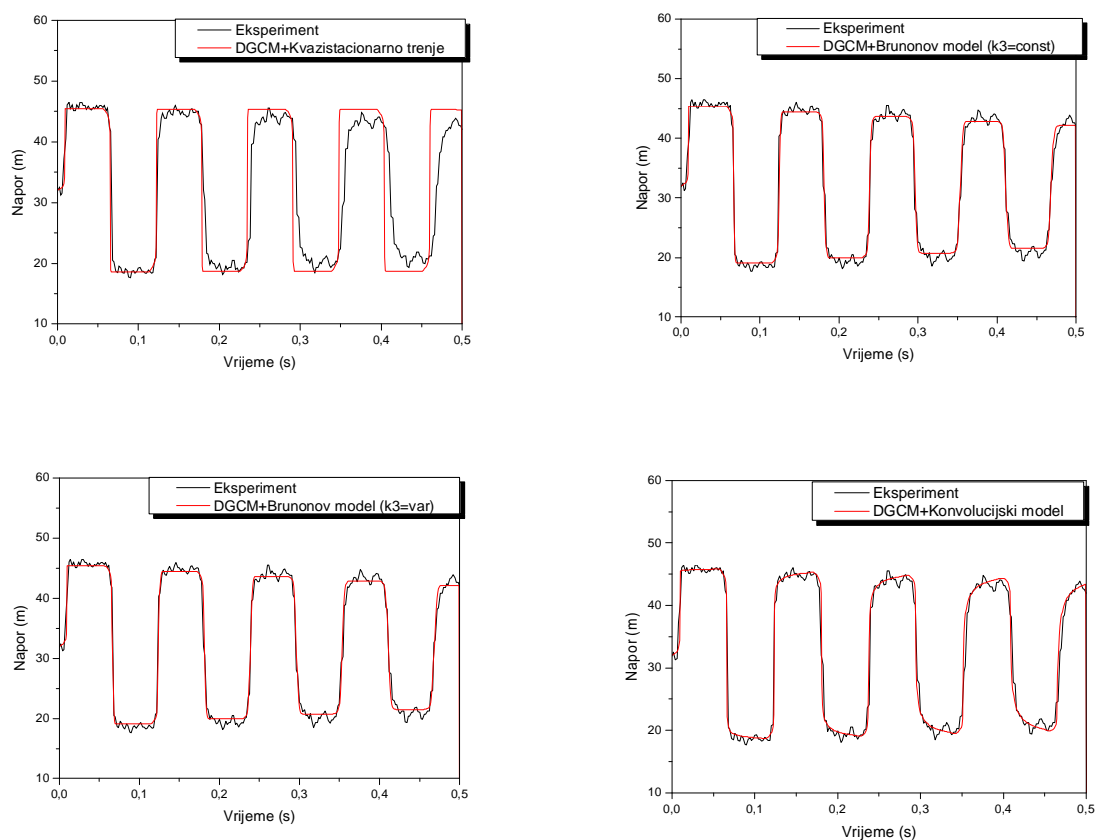
Maksimalni napori u sistemu imaju približno iste vrijednosti, tako da se može zaključiti da smjer strujanja (“naniže” ili “naviše”), za iste početne brzine, nema veliki uticaj na vrijednost maksimalnog napora. Nešto duži opstanak kavitacionog mjehura na ventilu za strujanje “naviše” ($\Delta t = 0.162$ (s)) u odnosu na strujanje “naniže” ($\Delta t = 0.158$ (s)) može se objasniti dejstvom gravitacionog ubrzanja.

Ubrzanje zemljine teže za strujanje “naniže” djeluje u pravcu strujanja i ubrzava fluid, dok kod strujanja “naviše”, djeluje nasuprot strujanju i usporava fluid.

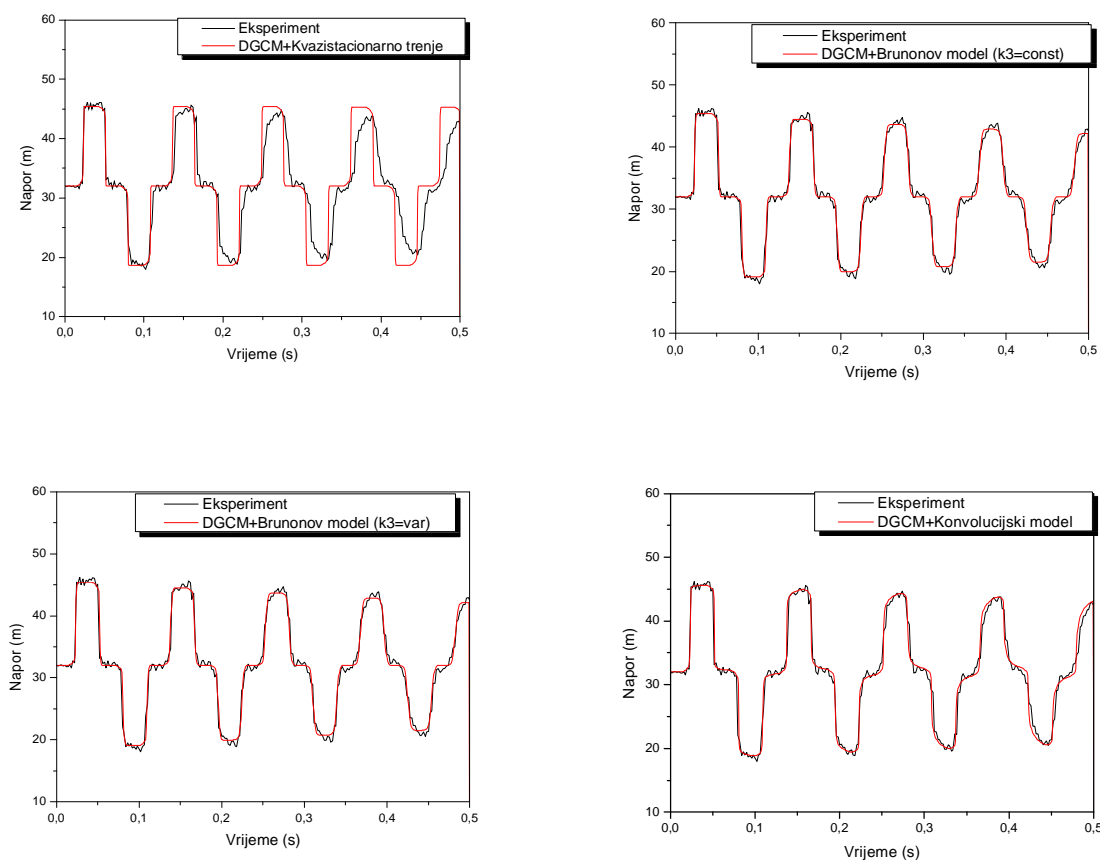
Za strujanje “naniže” dolazi do intenzivnijeg formiranja i raspada kavitacionih mjehurova u odnosu na strujanje “naviše”.

7.2.4. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za različite vrijednosti početne brzine strujanja i konstantnu vrijednost statičkog napora za slučaj kada ne dolazi do pojave kavitacije

U ovom poglavlju izvršeno je poređenje numeričkih i eksperimentalnih rezultata za sledeće strujne uslove. Statički napor na uzvodnom dijelu cjevovoda je konstantan i iznosi $H_{stat}=32$ (m). Početne brzine strujanja, za koje su izvedeni eksperimenti i provjereni numerički modeli, imaju sledeće vrijednosti $V_0=(0.10$ (m/s), 0.20 (m/s), 0.30 (m/s)). Brzina prostiranja poremećajnog talasa je konstantna i iznosi $a=1319$ (m/s). Vrijeme zatvaranja ventila je $t_c=0.009$ (s).



Slika 7.30. Promjena napora na ventilu za strujanje “naviše”, $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=64$



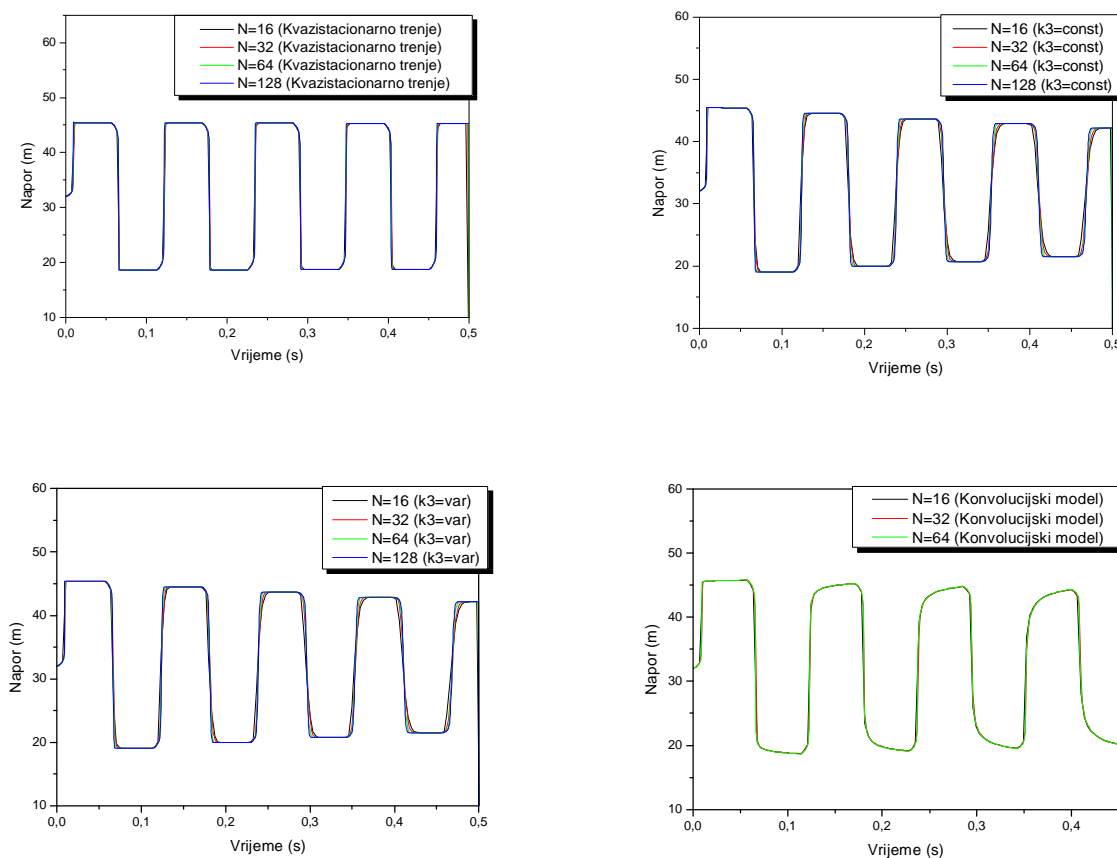
Slika 7.31. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s,
 $H_{stat}=32$ m, $N=64$

Na slikama 7. 30. i 7.31. prikazana je promjena napora na ventilu i sredini cjevovoda za početnu brzinu strujanja $V_0=0.10$ (m/s). Za ovaj slučaj strujanje je laminarno jer je Reynolds-ov broj $Re=1870$.

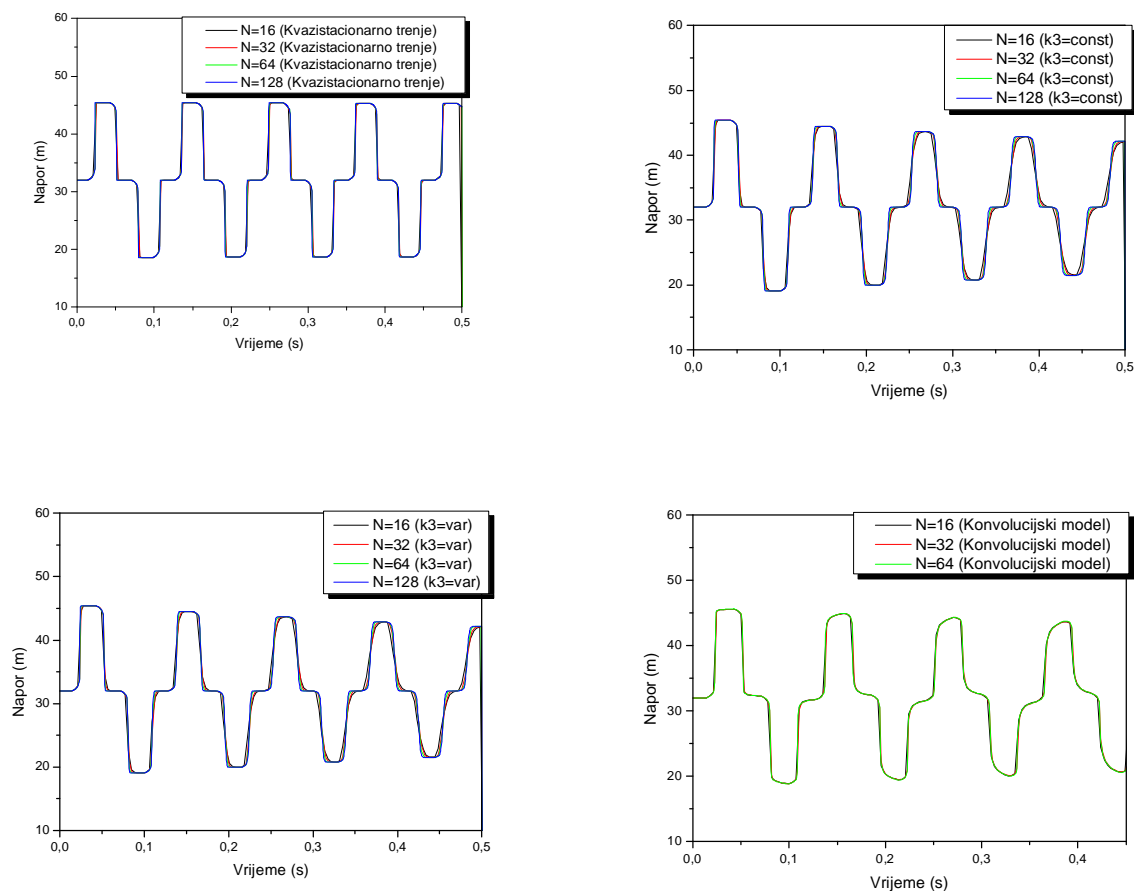
Model sa kvazistacionarnim trenjem pokazuje dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima za prve dvije faze napora. Od vremenskog trenutka $t=0.18$ (s) model pokazuje odstupanje koje se povećava sa vremenom, kako u obliku dijagrama tako i u fazi napora. Ovaj model daje korektnu vrijednost maksimalnog napora koji se javlja u sistemu i rezultati dobijeni sa njim mogu se iskoristiti npr. za projektovanje cjevovoda, međutim ne mogu biti uzeti kao mjerodavni za preciznu procjenu prelaznih procesa. Modeli sa nestacionarnim trenjem pokazuju odlično slaganje sa rezultatima mjerenja kako u fazi napora, tako i u obliku dijagrama.

Na sredini cjevovoda javlja se ista situacija. Kvazistacionarni model pokazuje odstupanje i u fazi i u obliku krive promjene napora, posle prve dvije faze, dok nestacionarni modeli imaju i odličan tajming sa eksperimentalnim rezultatima i odlično poklapanje u obliku krive napora. Konvolucijski model je donekle precizniji u odnosu na Brunone-ove modele.

Maksimalni napor na ventilu je napor nastao odmah nakon zatvaranja ventila i njegova vrijednost je $H_{\max}=46.49$ (m). Svi numerički modeli dobro određuju vrijednost maksimalnog napora. Minimalni napor koji se javlja u sistemu je $H_{\min}=17.66$ (m). Kako je vrijednost minimalnog napora daleko iznad vrijednosti napora isparavanja vodene pare to u ovom slučaju ne dolazi do pojave kavitacije. Usled izostanka kavitacije dijagram promjene napora ima pravilan oblik. Na slikama 7.32. i 7.33. data je promjena napora na ventilu i sredini cjevovoda za njegove razne podjele. Dobijeni rezultati su skoro identični, pa se može zaključiti da broj podjela cjevovoda ne utiče na tačnost rezultata dobijenih numerički za slučajeve kad u sistemu nema pojave kavitacije i da numerički modeli daju stabilna rešenja za različit broj podjela cjevovoda.

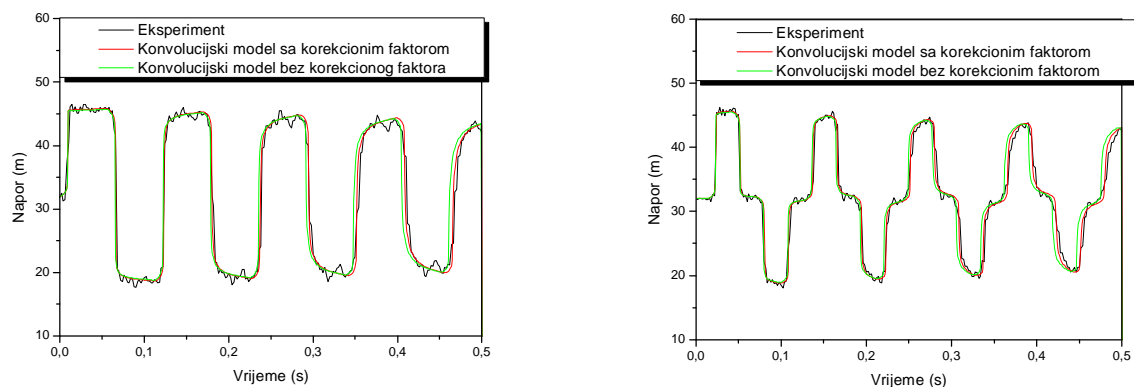


Slika 7.32. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{\text{stat}}=32$ m, za razne podjele cjevovoda



Slika 7.33. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, za razne podjele cjevovoda

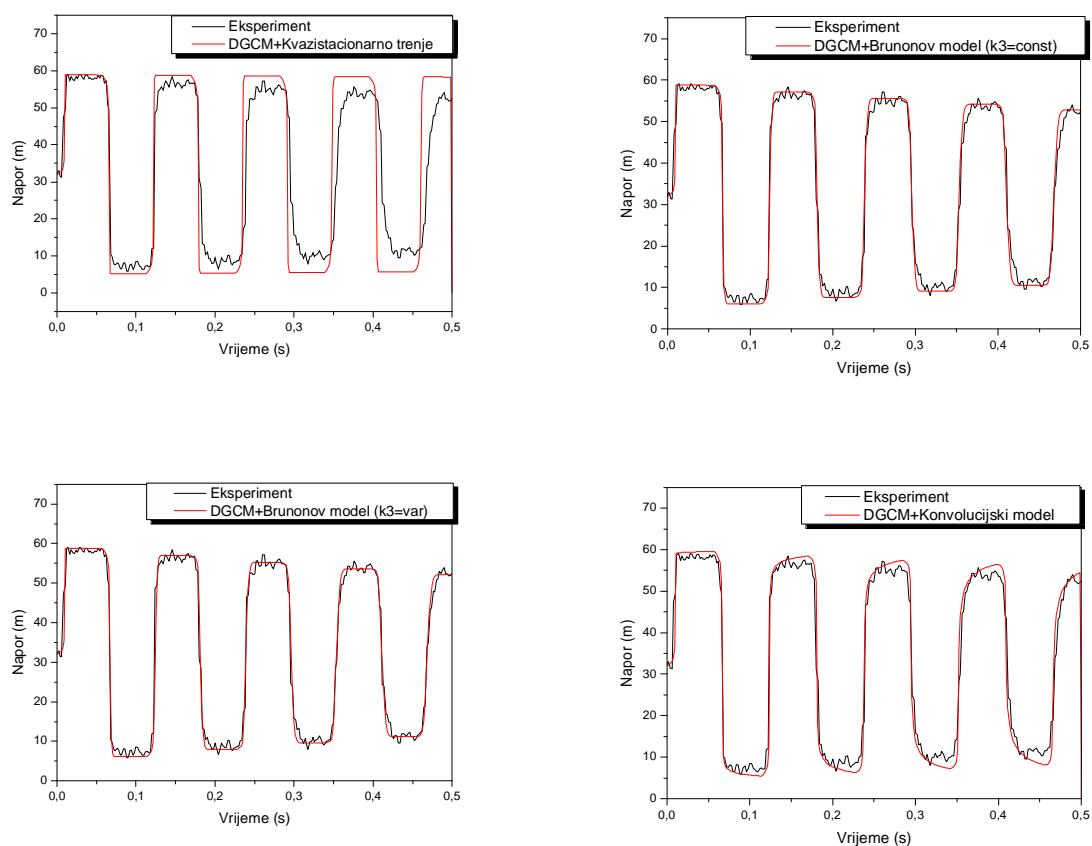
Na slici 7.34. dato je poređenje eksperimenta i rezultata dobijenih konvolucijskim modelom sa i bez momentnog korekcionog faktora.



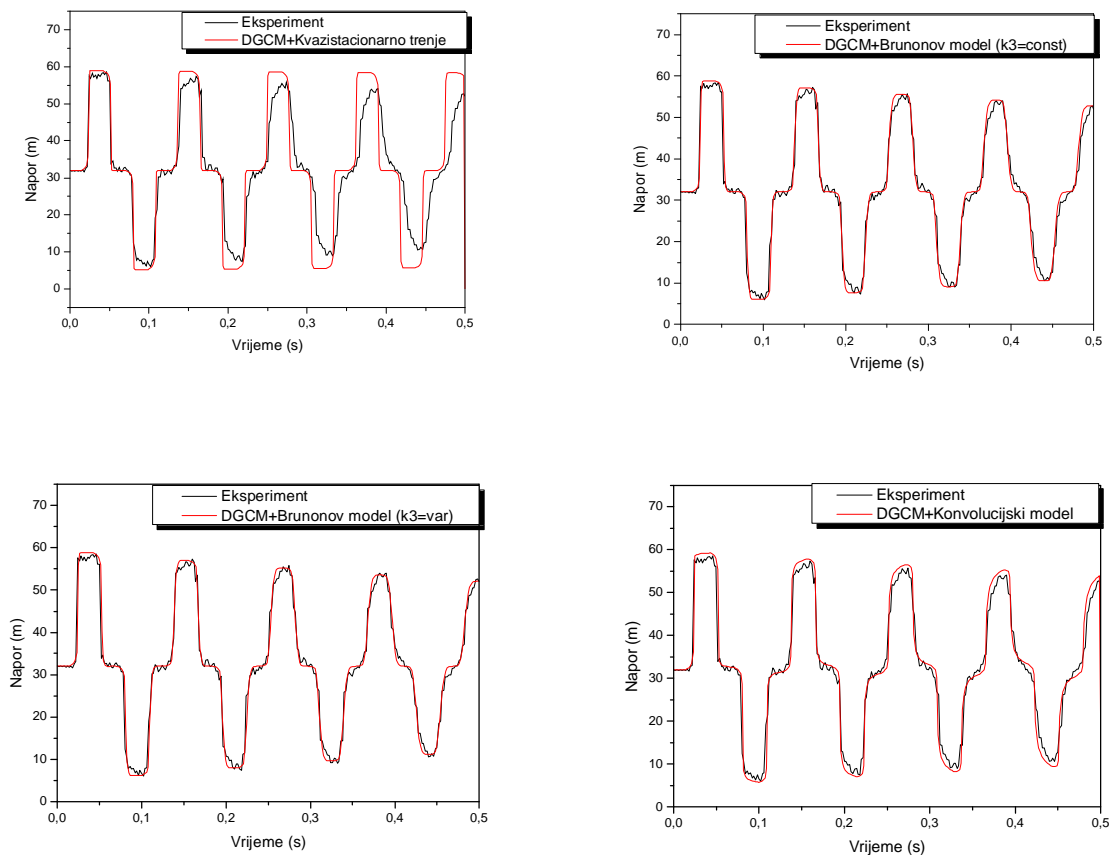
Slika 7.33. Konvolucijski model, sa i bez momentnog korekcionog faktora strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=64$

Sa slike 7.34. se vidi da rezultati bez momentnog korekcionog faktora pokazuju značajno odstupanje u odnosu na eksperimentalne rezultate, pa je njegovo uvođenje u momentnu jednačinu, za konvolucijski model u potpunosti opravdano. Momentni korekcionni faktor b_0 , predstavljen jednačinom (6.57), ima konstantnu vrijednost i jednak je 1.019 [11]. Ova vrijednost momentnog korekcionog faktora je korišćena za sve proračune konvolucijskog numeričkog modela.

Na slikama 7.35. i 7.36. data je promjena napora na ventilu i sredini cjevovoda za početnu brzinu strujanja $V_0=0.20$ (m/s). Za ovaj slučaj strujanje je turbulentno sa Reynolds-ovim brojem $Re=3750$.



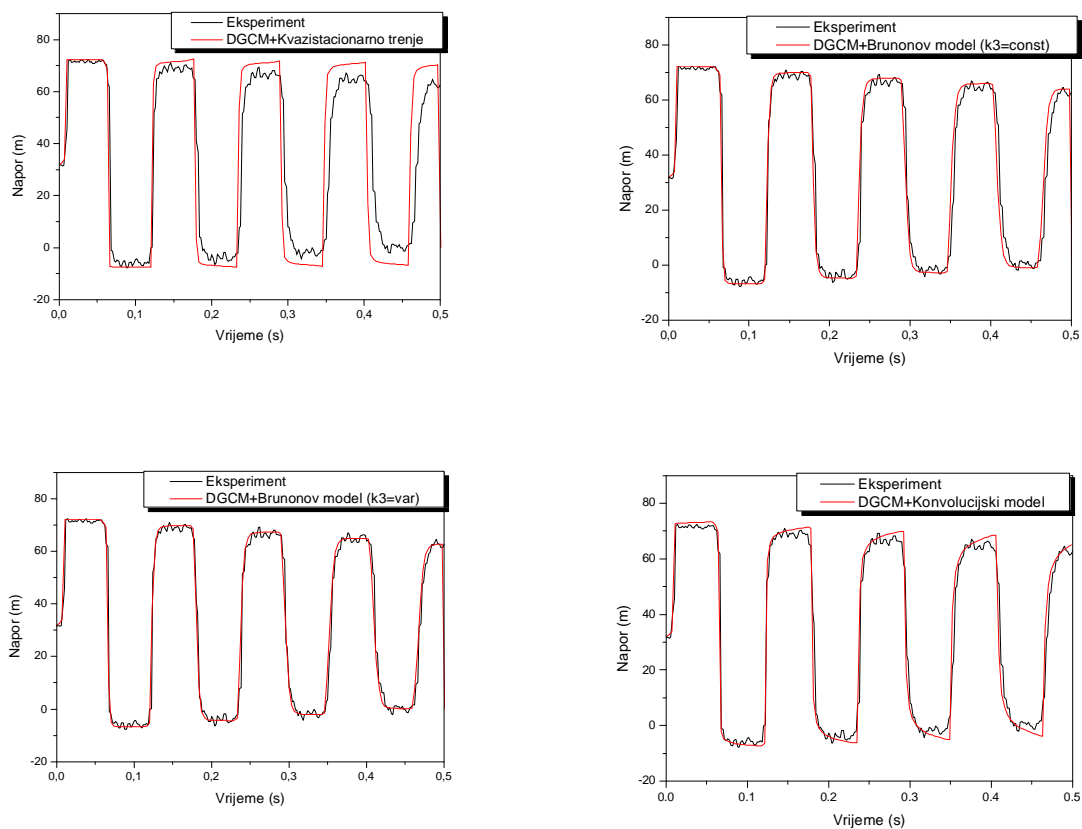
Slika 7.35. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=32$



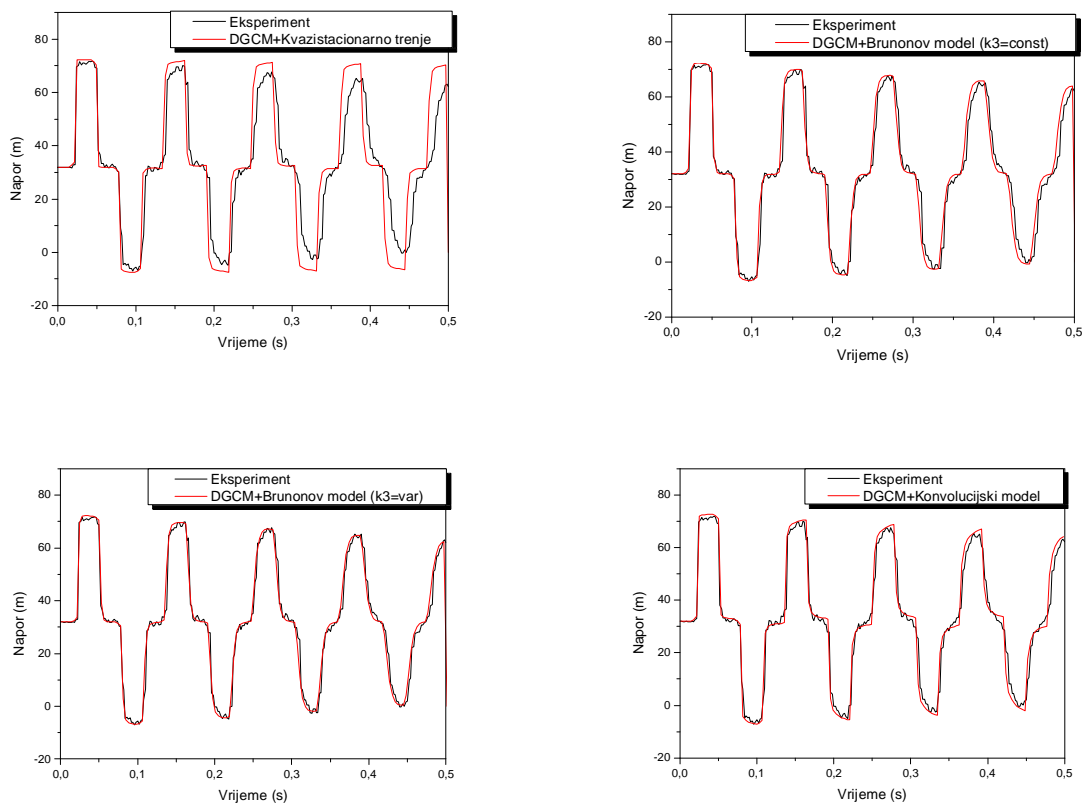
Slika 7.36. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s,
 $H_{stat}=32$ m, $N=32$

Kvazistacionarni model se ponaša slično kao i kod laminarnog strujanja. Odstupanje u fazi i obliku dijagrama počinje posle drugog pika napora. Modeli sa nestacionarnim trenjem pokazuju dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima za sve faze napora. Konvolucijski model daje neznatno veće vrijednosti maksimalnih i minimalnih napora.

Na slikama 7.37. i 7.38. data je promjena napora na ventilu i sredini cjevovoda za početnu brzinu strujanja $V_0=0.30$ (m/s). Za ovaj slučaj strujanje je turbulentno sa Reynolds-ovim brojem $Re=5600$.



Slika 7.37. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=16$

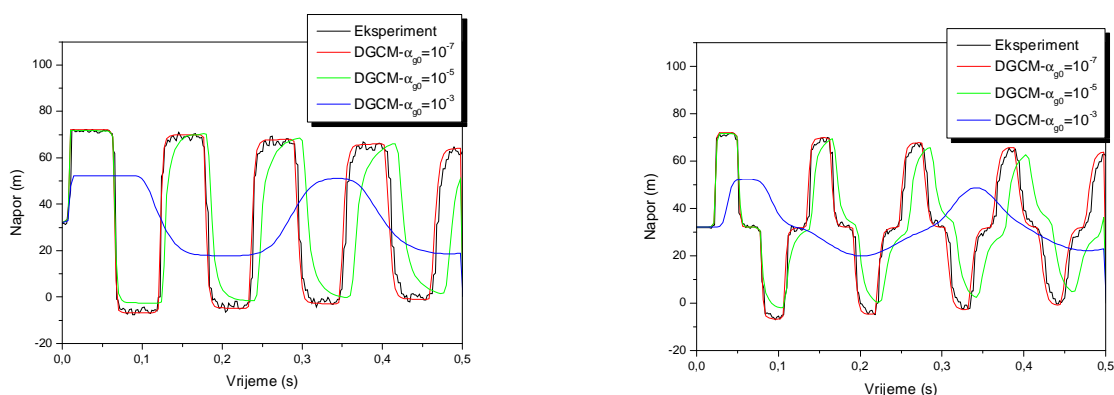


Slika 7.38. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=16$

Za početnu brzinu strujanja $V_0=0.30$ (m/s) svi modeli pokazuju slično ponašanje kao i za manje vrijednosti početnih brzina. Modeli sa nestacionarnim trenjem skoro vjerno prate eksperimentalne rezultate, dok kvazistacionarni model pokazuje odstupanje nakon nekog vremena i u obliku dijagrama i u njegovoj fazi.

Sa povećanjem početne brzine strujanja povećava se i vrijednost maksimalnog napora, koji je jednak porastu napora koji se može dobiti formulom Joukowsky-og. Sa druge strane minimalni napor ima manje vrijednosti. Dakle, do pojave kavitacije će, pri konstantnom naporu na uzvodnom dijelu cjevovoda, doći za veće vrijednosti početnih brzina. Vrijednosti minimalnih napora su sledeće $H_{\min}=17.66$ (m) za $V_0=0.10$ (m/s), $H_{\min}=5.83$ (m) za $V_0=0.20$ (m/s), $H_{\min}=-7.64$ (m) za $V_0=0.30$ (m/s).

Na slici 7.39. prikazan je uticaj udjela slobodnog gasa u tečnosti na tačnost DGCM modela.



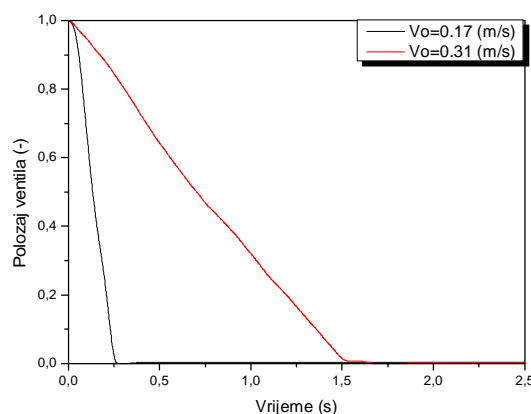
Slika 7.39. Uticaj a_{g0} na tačnost DGCM modela, strujanje "navise", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=16$

Može se primijetiti da se DGCM model uspješno može koristiti za simulaciju parne kavitacije kada je udio slobodnog gasa u fluidu mali ($a_{g0} \leq 10^{-7}$). U ovom slučaju numerički rezultati se skoro poklapaju sa eksperimentalnim. Sa povećanjem udjela gasa rezultati numeričkog proračuna značajno odstupaju od izmjerenih veličina. Što je udio gasa veći to su i veće razlike u rezultatima. Tako npr. za $a_{g0} \leq 10^{-3}$ maksimalni napor na ventilu dobijen DGCM modelom je $H_{\max}=52.33$ (m), dok je u stvarnosti njegova vrijednost (dobijena eksperimentalno) $H_{\max}=72.317$ (m).

7.2.5. Poređenje numeričkih i eksperimentalnih rezultata za slučaj laganog i sporog zatvaranja ventila

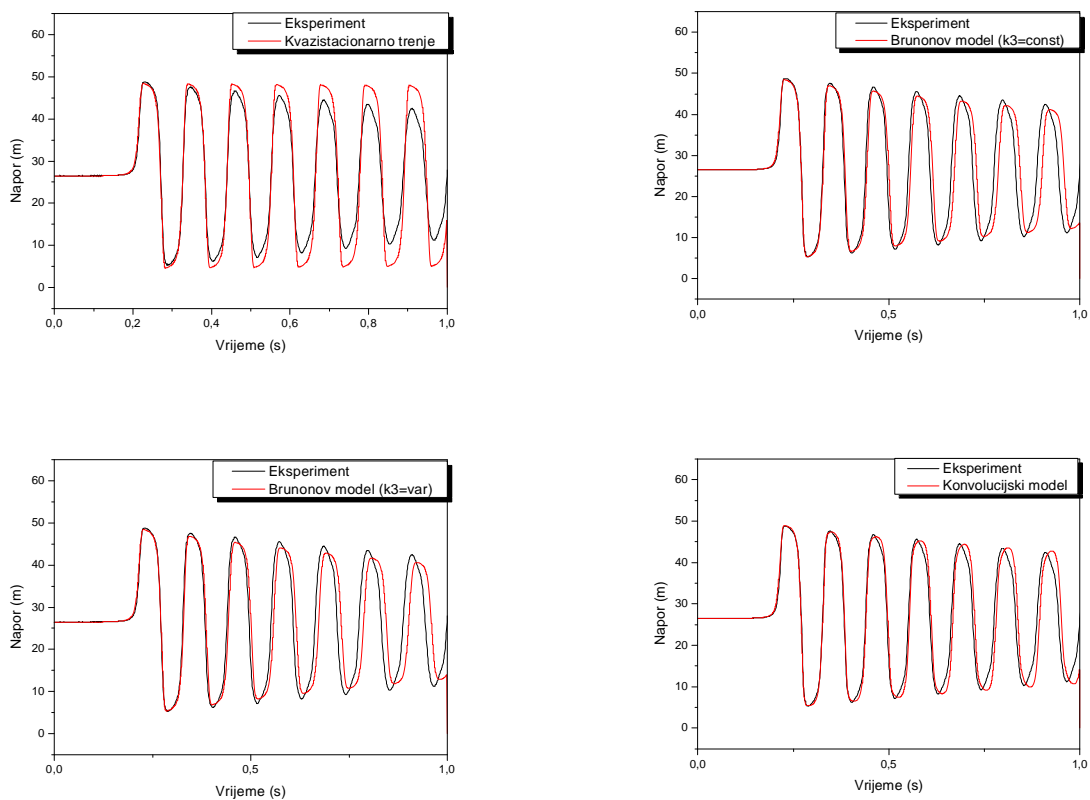
Lagani i spori prelazni procesi u hidrauličkim sistemima su oni prelazni procesi kod kojih je vrijeme zaustavljanja strujanja fluida u sistemu veće od vremena refleksije udarnog talasa. Ovi prelazni procesi se dešavaju prilikom uobičajenih operacija u hidrauličkim sistemima kao što su npr. puštanje u rad i zaustavljanje pumpi i vodnih turbina.

Pod laganim zatvaranjem ventila podrazumijeva se slučaj kada je $2L/a < t_c < 20L/a$. Kada je $t_c > 20L/a$ u pitanju je sporo zatvaranje ventila [12], [13]. Poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za slučaj laganog i sporog zatvaranja ventila izvršeno je za sledeće strujne uslove. Početna brzina strujanja fluida u cjevovodu je $V_0=0.17$ (m/s) za lagano i $V_0=0.31$ (m/s) za sporo zatvaranje. Za ove brzine strujanje je turbulentno a vrijednost Reynolds-ovog broja je respektivno $Re=4300$ i $Re=7800$. Vrijednost statičkog napora na uzvodnom kraju cjevovoda je u oba slučaja konstantna i iznosi $H_{stat}=26.5$ (m) odnosno $H_{stat}=26$ (m). Brzina prostiranja poremećajnog talasa je dobijena eksperimentalno i njena vrijednost je $a=1319$ (m/s). Pretpostavljeno je da je uticaj temperature vode na promjenu brzine poremećajnog talasa mali i da se može zanemariti. Vrijeme zatvaranja ventila je $t_c=0.26$ (s) za lagano i $t_c=1.52$ (s) za sporo zatvaranje. Vrijeme zatvaranja je u oba slučaja veće od vremena refleksije poremećajnog talasa $2L/a=0.056$ (s) [13]. Na Sl.7.40. je prikazana promjena položaja ventila od skroz otvorenog položaja u početnom trenutku do njegovog potpunog zatvaranja.

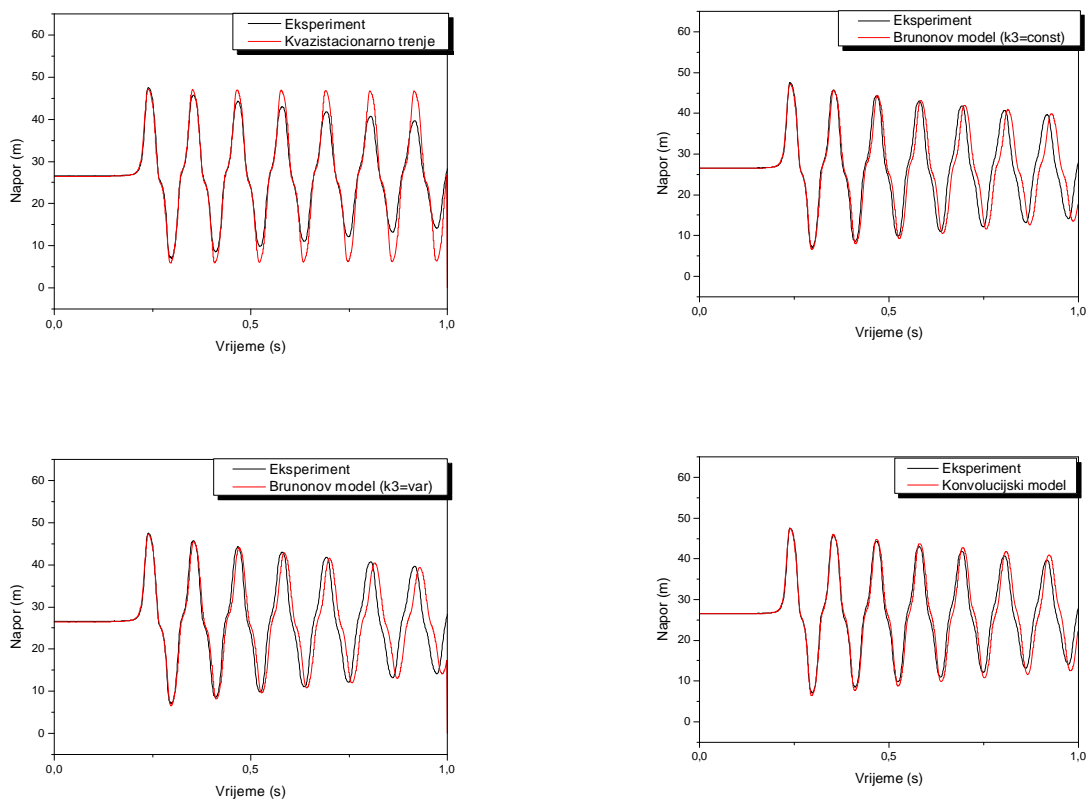


Slika 7.40. Položaj ventila tokom njegovog zatvaranja dobijen mjerenjem

Na slikama 7.41. i 7.42. dato je poređenje numeričkih i eksperimentalnih rezultata na ventilu i sredini cjevovoda za slučaj laganog zatvaranja ventila.

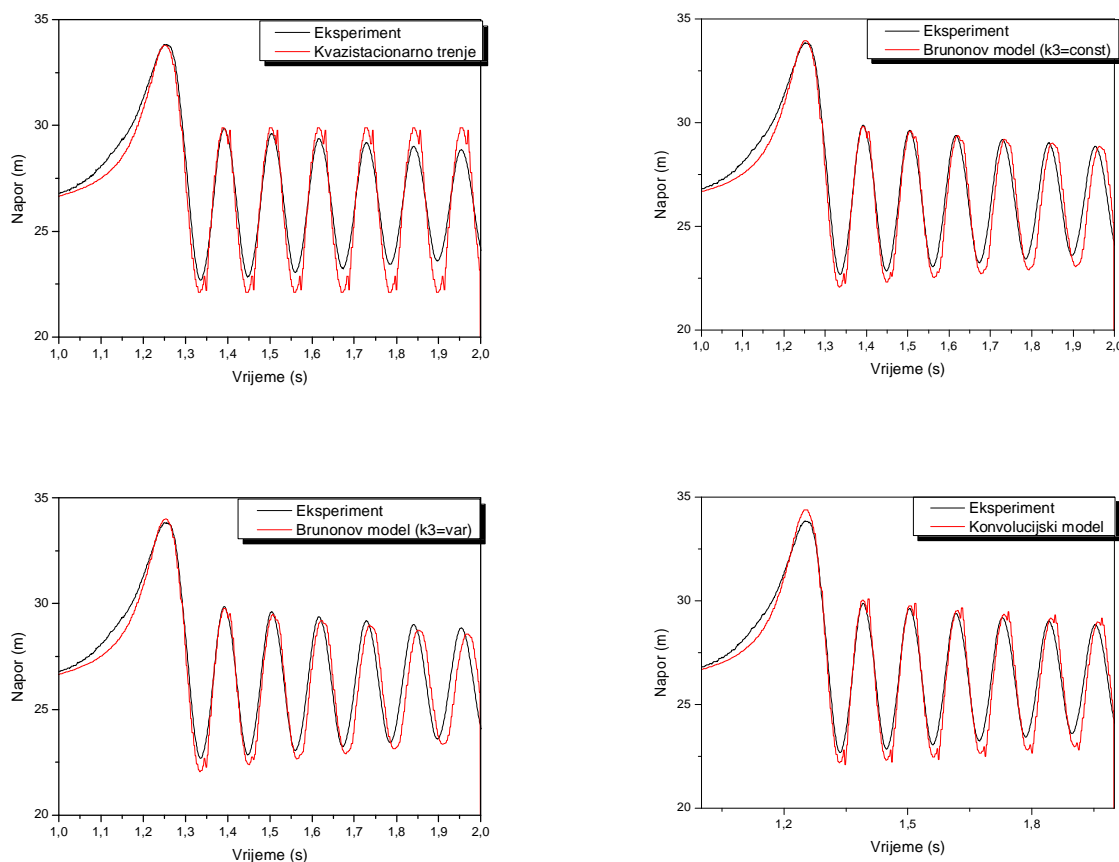


Slika 7.41. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=32$



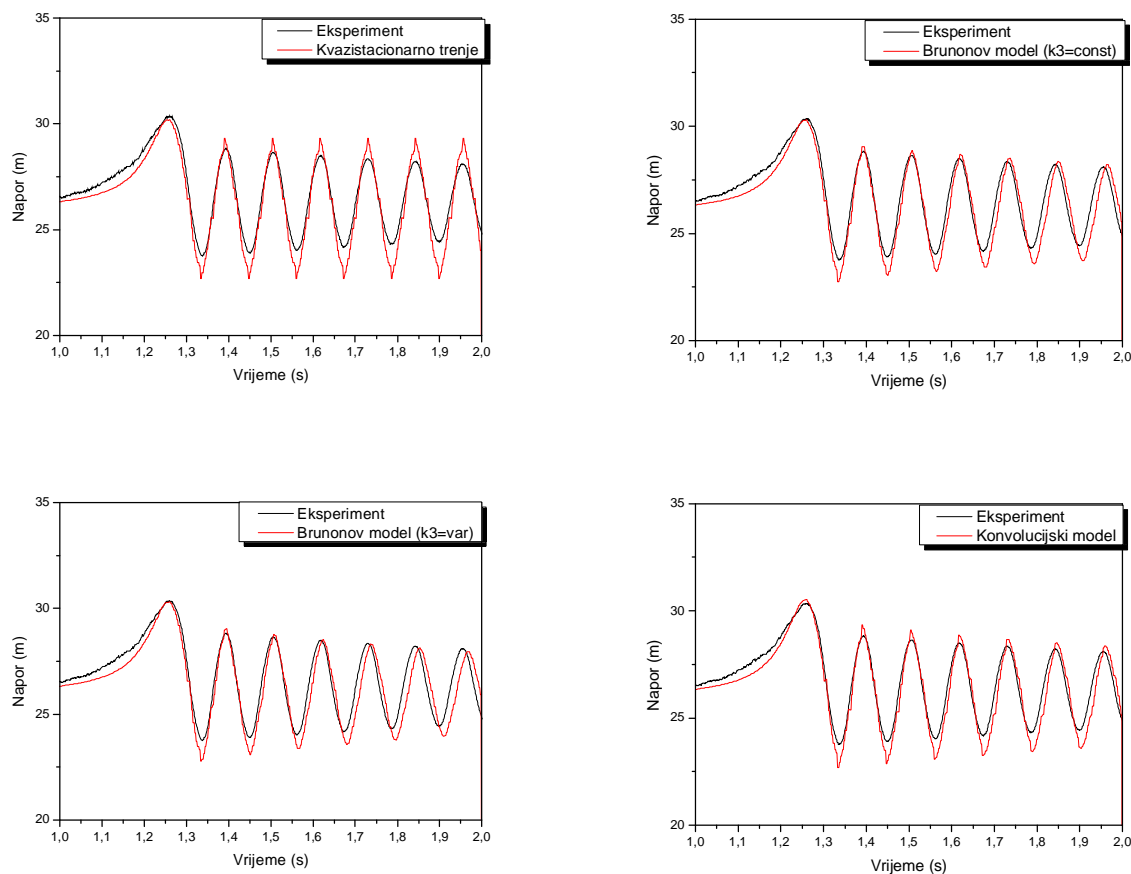
Slika 7.42. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=32$

Kvazistacionarni model pokazuje odlično slaganje za prva dva pulsa napora. Nakon toga dolazi do odstupanja u maksimalnim vrijednostima napora za koje kvazistacionarni model daje veće vrijednosti od izmjerenih. Nasuprot ovom odstupanju vremensko poklapanje je više nego odlično. Kvazistacionarni model, dakle, daje mnogo bolje rezultate za lagane u odnosu na brze promjene radnih parametara sistema. Brunone-ovi modeli nestacionarnog trenja imaju dobro poklapanje u obliku dijagrama dok sa vremenskim odstupanjem u fazi počinju nakon trećeg pulsa napora, koje se postepeno povećava sa vremenom. Brunone-ovi modeli se za slučaj laganog zatvaranja ponašaju na isti način kao i za brzo zatvaranje ventila. Konvolucijski model čitavo vrijeme dobro određuje maksimalne i minimalne vrijednosti napora a i vremenski tajming mu je skoro identičan sa eksperimentalnim rezultatima. Minimalna odstupanja u fazi počinju tek posle petog pulsa napora i skoro neznatno se povećavaju tokom vremena. Prethodno navedeno navodi na zaključak da je konvolucijski model nestacionarnog trenja pravi izbor za modeliranje laganih prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima.



Slika 7.43. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.31$ m/s, $H_{stat}=26$ m, $N=16$

Na slikama 7.43. i 7.44. dato je poređenje numeričkih i eksperimentalnih rezultata na ventilu i sredini cjevovoda za slučaj sporog zatvaranja ventila.

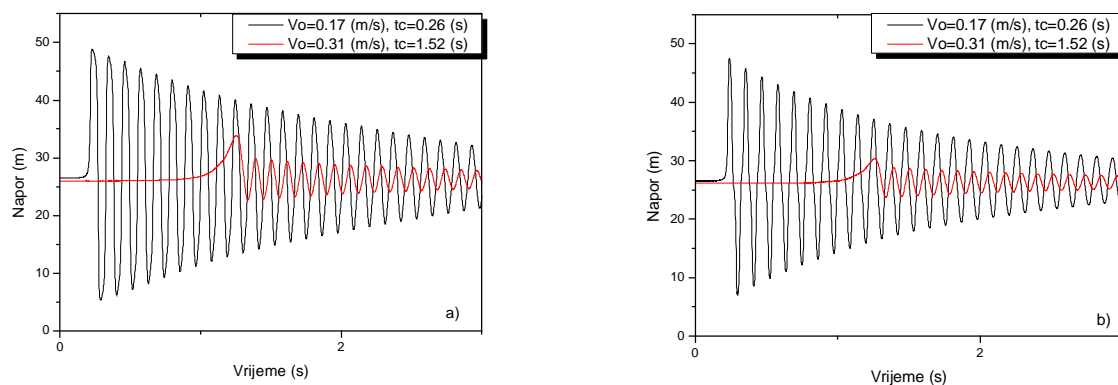


Slika 7.44. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.31$ m/s, $H_{stat}=26$ m, $N=16$

Kvazistacionarni model pokazuje odlično slaganje za prva dva pulsa napora. Nakon toga dolazi do odstupanja u maksimalnim i minimalnim vrijednostima napora za koje kvazistacionarni model daje veće vrijednosti od izmjerenih. Vremenski tajming između numeričkih i eksperimentalnih rezultata je odličan. Kao i za lagano zatvaranje ventila, kvazistacionarni model daje preciznije rezultate za spore u odnosu na brze promjene radnih parametara sistema. Brunone-ovi modeli nestacionarnog trenja dobro određuju maksimalne vrijednosti napora dok za minimalne vrijednosti daju nešto nepreciznije rezultate. Manja odstupanja pokazuje Brunone-ov model sa promenljivim koeficijentom k_3 . Ovi modeli sa vremenskim odstupanjem u fazi počinju nakon trećeg pulsa napora, koje se postepeno povećava sa vremenom. Ovakvo ponašanje Brunone-ovi modeli pokazuju i za slučaj laganog i naglog zatvaranja ventila. Konvolucijski model daje nešto veću vrijednost za maksimalni napor u prvom

fazi ($H_{\max}=34.37$) u odnosu na eksperimentalni rezultat ($H_{\max}=33.84$). Nakon toga dobro određuje vrijednosti maksimalnih napora dok za minimalne napore pokazuje mala odstupanja. Fazna odstupanja su minimalna i počinju tek posle petog pulsa napora i skoro neznatno se povećavaju tokom vremena.

Na slici 7.45. data je uporedna analiza promjene napora na ventilu i sredini cjevovoda za slučajeve laganog i sporog zatvaranja ventila.



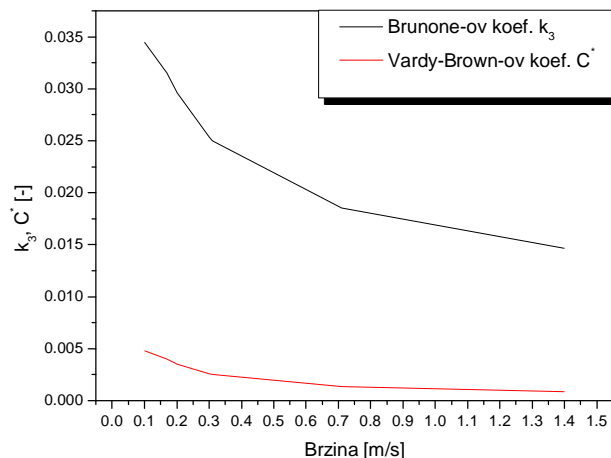
Slika 7.45. Promjena napora na ventilu (a) i sredini (b) cjevovoda za lagano i sporo zatvaranje ventila dobijena eksperimentalno

Sa slike 7.45. se vidi da su oscilacije napora mnogo veće za kraće vrijeme zatvaranja ventila, bez obzira na početnu brzinu strujanja fluida u cjevovodu. Dakle, što je vrijeme zatvaranja ventila duže to će maksimalni napor u sistemu nakon njegovog zatvaranja biti manji.

Na slici 7.46. data je zavisnost Brunone-ovog koeficijenta k_3 i Vardy-Brown-ovog koeficijenta C^* od početne brzine strujanja fluida u cjevovodu. Ova zavisnost je data i tabelarno tabelom 7.18.

Tabela 7.18. Promjena koeficijenata k_3 i C^* u zavisnosti od V_0

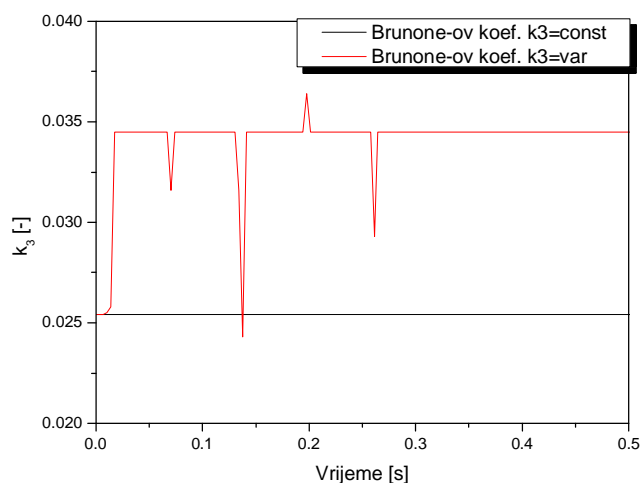
V_0 (m/s)	k_3	C^*
0.10	0.0345	0.00476
0.17	0.03156	0.003984
0.20	0.0296	0.00351
0.30	0.0254	0.0026
0.31	0.025	0.00252
0.71	0.01854	0.00138
1.40	0.01466	0.00086



Slika 7.46. Zavisnost Brunone-ovog i Vardy-Brown-ovog koeficijenta od početne brzine strujanja

Sa slike 7.46. i iz tabele 7.18. se vidi da se vrijednosti Brunone-ovog koeficijenta k_3 i Vardy-Brown-ovog koeficijenta C^* smanjuju sa povećanjem vrijednosti početne brzine strujanja fluida u cjevovodu, odnosno da su ove veličine obrnuto proporcionalne brzini strujanja.

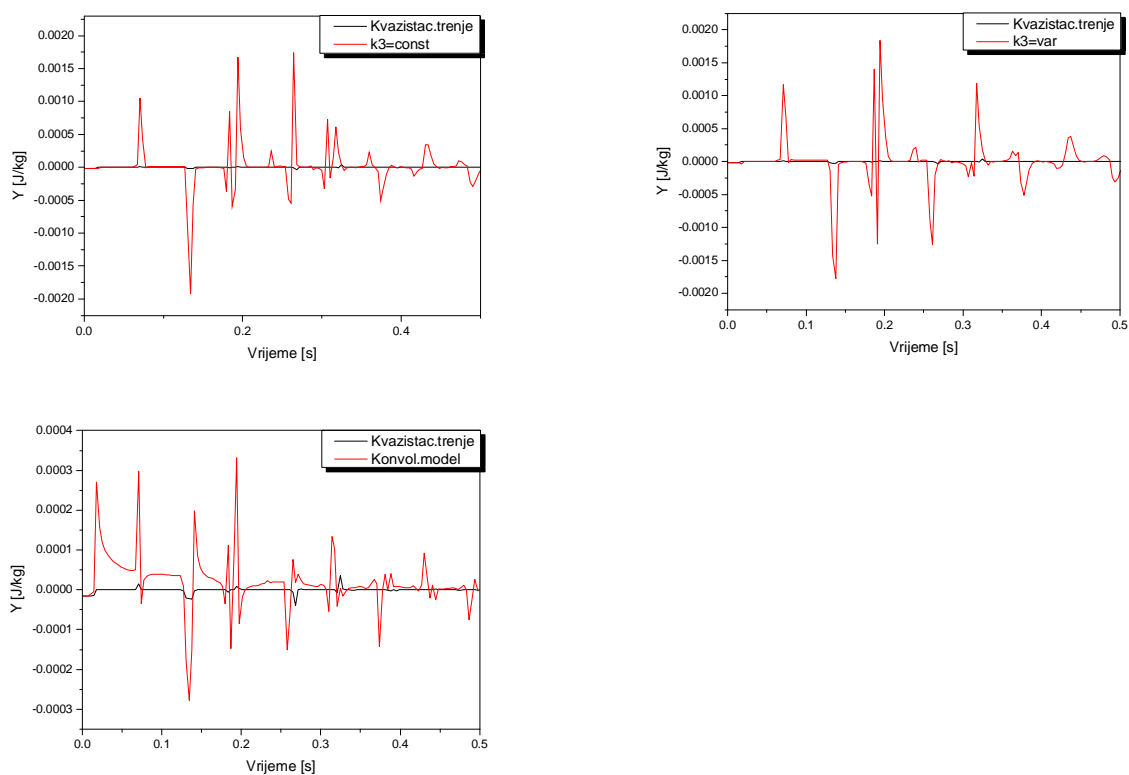
Na slici 7.47. je data promjena Brunone-ovog koeficijenta k_3 na ventilu.



Slika 7.47. Promjena Brunone-ovog koeficijenta k_3 na ventilu. $V_0=0.30$ [m/s], $H_{stat}=22$ [m], $N=16$

Na slici 7.48. prikazani su gubici usled trenja na ventilu. Ovi gubici su dati preko promjene disipativnog člana Y , koji figuriše u momentnoj jednačini i definisan je jednačinom 5.32. Data je uporedna analiza gubitaka dobijenih za model sa kvazistacionarnim trenjem i sva tri modela nestacionarnog trenja. Rezultati su

dobijeni za početnu brzinu strujanja $V_0=0.30$ [m/s], statički napor na početku cjevovoda $H_{\text{stat}}=22$ [m] vrijeme zatvaranja ventila $t_c=0.009$ (s), brzinu prostiranja poremećajnog talasa $a=1319$ (m/s). Strujanje je "naviše" a broj podjela cjevovoda je $N=16$. Sa slike se vidi da se uvođenjem nestacionarnog koeficijenta trenja u proračun povećavaju gubici energije. Samim tim i informacija o poremećaju pritiska putuje kroz cjevovod sporije, pa se rezultati dobijeni numeričkim metodama koje u sebe uključuju nestacionarnost trenja, bolje slažu sa eksperimentalnim rezultatima (Sl.7.8).



Slika 7.48. Promjena gubitaka energije usled trenja za razne numeričke modele

8. Zaključak

Predmet istraživanja ovog magistarskog rada su prelazni procesi u hidrauličkim sistemima. Rad se sastoji iz sledećih cjelina. U uvodu su dati osnovni pojmovi vezani za prelazne procese, ukratko je prezentiran značaj prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima i pojava koje ih prate. U drugom poglavlju je na prostom sistemu rezervoar-cjevovod-ventil opisana fenomenologija hidrauličkog udara kao i pojava parne i gasne kavitacije i nestacionarnog trenja tokom trajanja prelaznog procesa. U trećem poglavlju je dat pregled stanja u istraživanoj oblasti. Navedena su imena najznačajnijih istraživača u ovoj oblasti i u kratkim crtama naveden njihov doprinos istraživanju prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima. U četvrtom poglavlju taksativno su navedeni ciljevi rada. Peto poglavlje je posvećeno matematičkom modelu. U njemu su izvedene osnovne jednačine prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima i opisana metoda karakteristika, kao jedna od osnovnih metoda za njihovo numeričko rešavanje. Pomoću metode karakteristika sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa preveden je u algebarski sistem jednačina. U ovom poglavlju su takođe dati i neki od graničnih uslova koji se mogu sresti u hidrauličkim sistemima. Za sve granične uslove date su i odgovarajuće jednačine kompatibilne sa karakterističnim jednačinama prelaznih procesa i pogodne za numeričko rešavanje. Šesto poglavlje je posvećeno matematičkom modeliranju parne i gasne kavitacije koje se često javljaju tokom trajanja prelaznih procesa. Predstavljen je DGCM model za numeričko rešavanje parne i gasne kavitacije zajedno sa karakterističnim jednačinama. U ovom poglavlju predstavljeno je i nekoliko modela za opisivanje nestacionarnog trenja koje je prateća pojava prelaznih procesa. Sedmo, ujedno i najobimnije, poglavlje daje poređenje eksperimentalnih i rezultata dobijenih numeričkim modelima. U ovom poglavlju dat je i opis eksperimentalne instalacije sa koje su dobijeni rezultati za poređenje. Svi rezultati predstavljeni u ovom poglavlju dati su sa odgovarajućim komentarima. Osmo poglavlje posvećeno je zaključnim razmatranjima. Pored ovih osam poglavlja rad sadrži i svoj izvod (abstrakt), spisak oznaka korišćenih u radu, literaturu kao i četiri priloga.

U toku izrade ovog magistarskog rada razvijeni su sledeći numerički modeli za opisivanje prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima:

- Ø Model koji rešava obične karakteristične jednačine prelaznih procesa. Ovaj model ne uzima u obzir mogućnost pojave kavitacije tokom trajanja prelaznog procesa i u radu je iskorišćen za modeliranje laganog i sporog zatvaranja ventila.
- Ø DGCM model koji pored karakterističnih jednačina rešava i dopunske jednačine koje uzimaju u obzir pojavu kavitacije u hidrauličkom sistemu. Ovaj model je iskorišćen za modeliranje svih slučajeva naglog zatvaranja ventila koji su opisani u ovom radu.

Oba osnovna numerička modela su napravljena sa po četiri različita modela za opisivanje trenja tokom prelaznih procesa i to:

- Ø Model sa kvazistacionarnim trenjem,
- Ø Brunone-ov model nestacionarnog trenja sa konstantnom vrijednošću koeficijenta k_3 ,
- Ø Brunone-ov model nestacionarnog trenja sa promenljivom vrijednošću koeficijenta k_3 ,
- Ø Zielke-ov (konvolucijski) model nestacionarnog trenja.

Konačno, svih osam modela, je napravljeno za različit broj podjela cjevovoda i to $N=16$, $N=32$, $N=64$ i $N=128$. Jedino konvolucijski model nestacionarnog trenja nije napravljen za broj podjela cjevovoda $N=128$. Ovo nije urađeno iz razloga što je za taj slučaj potrebna dosta velika kompjuterska memorija a i dosta veliko vrijeme za izvođenje samog proračuna, koji opet ne bi dao precizniji rezultat nego što se dobio za broj podjela $N=64$. Zbog svega ovoga nije se ni pristupilo proračunu konvolucijskog modela sa $N=128$.

Za poređenje sa numeričkim modelima bili su dostupni eksperimentalni rezultati dobijeni za sledeće strujne uslove:

1. $V_0=0.30$ (m/s), $H_{stat}=12$ (m), strujanje "naviše";
2. $V_0=0.30$ (m/s), $H_{stat}=22$ (m), strujanje "naviše";
3. $V_0=1.40$ (m/s), $H_{stat}=22$ (m), strujanje "naviše";
4. $V_0=0.71$ (m/s), $H_{stat}=20$ (m), strujanje "naniže";
5. $V_0=0.71$ (m/s), $H_{stat}=22$ (m), strujanje "naviše";
6. $V_0=0.10$ (m/s), $H_{stat}=32$ (m), strujanje "naviše";
7. $V_0=0.20$ (m/s), $H_{stat}=32$ (m), strujanje "naviše";
8. $V_0=0.30$ (m/s), $H_{stat}=32$ (m), strujanje "naviše";

9. $V_0=0.17$ (m/s), $H_{stat}=26.5$ (m), strujanje "naviše";
10. $V_0=0.31$ (m/s), $H_{stat}=26$ (m), strujanje "naviše".

Za prvih pet strujnih uslova dolazi do pojave kavitacije tokom trajanja prelaznog procesa i njihova simulacija urađena je DGCM modelom sa različitim modelima za trenje. Za sledeća tri strujna uslova ne dolazi do pojave kavitacije jer minimalna vrijednost napora ostaje iznad vrijednosti napora isparavanja fluida. I ovi uslovi su simulirani sa DGCM modelom i različitim modelima trenja. Konačno, poslednja dva eksperimentalna rezultata su dobijena za slučajeve laganog i sporog zatvaranja ventila. Za ove strujne uslove ne dolazi do pojave kavitacije. Njihova simulacija je izvršena prostim numeričkim modelom i za sva četiri modela trenja.

Na osnovu poređenja eksperimentalnih i numeričkih rezultata kao i vrijednosti početnih brzina strujanja fluida u cjevovodu i statičkih vrijednosti napora na njegovim krajevima, mogu se izvesti sledeći zaključci.

1. Prelazni režimi u posmatranom prostom sistemu rezervoar-cjevovod-ventil u zavisnosti od fizičkog stanja fluida i vrijednosti maksimalnog napora koji se javlja tokom trajanja prelaznog procesa mogu se podijeliti na:

- ∅ strujne režime kada nema pojave kavitacije za vrijeme trajanja prelaznog procesa tj. minimalni pritisak u sistemu ostaje iznad pritiska isparavanja vodene pare za datu vrijednost temperature,
- ∅ strujne režime u kojima dolazi do pojave kavitacije za vrijeme trajanja prelaznog procesa a maksimalni napor u sistemu se dobija nakon raspada kavitacionih mjehurova,
- ∅ strujne režime u kojima dolazi do pojave kavitacije za vrijeme trajanja prelaznog procesa a maksimalni napor u sistemu je napor dobijen nakon zatvaranja ventila prije pojave kavitacije u sistemu.

2. DGCM model se može uspješno primijeniti za simulaciju parne kavitacije kada je udio gasa u fluidu mali ($\alpha_g \leq 10^{-7}$). Sa povećanjem udjela gasa u fluidu povećava se i odstupanje numeričkih u odnosu na eksperimentalne rezultate.

3. DGCM model daje dobre rezultate bez obzira na veličinu kavitacione zapremine u odnosu na zapreminu između numeričkih čvorova.

4. DGCM model sa kvazistacionarnim trenjem, za slučajeve kada u sistemu dolazi do pojave kavitacije, pokazuje dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima sve do trenutka raspada prvog kavitacionog mjehura. Nakon toga model

pokazuje značajna odstupanja kako u obliku dijagrama tako i u vremenskoj fazi. Slična situacija se ponavlja i za slučajeve kada u sistemu ne dolazi do pojave kavitacije. Za spore prelazne procese model sa kvazistacionarnim trenjem pokazuje odlično slaganje u vremenskoj fazi sa rezultatima eksperimenta dok za maksimalne i minimalne vrijednosti napora, nakon nekog vremena, daje precijenjene vrijednosti. Dakle, model sa kvazistacionarnim trenjem daje preciznije rezultate za lagane i spore u odnosu na brze prelazne procese.

5. DGCM model sa Brunone-ovim modelima nestacionarnog trenja pokazuje slično ponašanje i za slučajeve kada u sistemu dolazi do pojave kavitacije i za slučajeve kada minimalni pritisak u sistemu ostaje iznad pritiska isparavanja fluida za datu vrijednost temperature. Oba modela dosta dobro određuju maksimalne vrijednosti napora u sistemu kao i vrijeme nastanka i raspada kavitacionih mjehurova. Nakon izvjesnog vremena dolazi do odstupanja u vremenskoj fazi u odnosu na eksperimentalne rezultate i ovo odstupanje se lagano povećava sa vremenom. Model sa promenljivim koeficijentom k_3 daje nešto preciznije rezultate u odnosu na model sa konstantnom vrijednošću koeficijenta k_3 za slučajeve kada ima pojave kavitacionih mjehurova. Kada u sistemu nema kavitacije oba modela pokazuju odličan vremenski tajming sa rezultatima eksperimenta i dobro prate promjenu napora u sistemu. Za spore prelazne procese Brunone-ovi modeli ponašaju se slično kao i prilikom simulacije brzih prelaznih procesa. Zaključak je da se ovi modeli nestacionarnog trenja mogu uspješno primjenjivati i za lagane i za brze prelazne procese izazvane zatvaranjem ventila u prostom sistemu rezervoar-cjevovod-ventil.

6. DGCM model da konvolucijskim modelom nestacionarnog trenja pokazuje najbolje slaganje sa eksperimentalnim rezultatima za sve slučajeve prelaznih procesa izazvanih naglim zatvaranjem ventila. Ovaj model pokazuje odlično slaganje i u vremenskoj fazi i u obliku dijagrama. Odstupanje od rezultata eksperimenta je minimalno i skoro da se ne povećava sa vremenom. Ovim modelom se mogu veoma uspješno simulirati prelazni procesi izazvani naglim zatvaranjem ventila. Za lagane i spore prelazne procese konvolucijski model pokazuje odstupanje u vremenskoj fazi u odnosu na eksperimentalne rezultate nakon izvjesnog vremena. Ovo odstupanje je manje nego kod Brunone-ovih modela tako

da se konvolucijski model nestacionarnog trenja preporučuje i za modeliranje ovih prelaznih procesa.

7. Za strujne uslove kod kojih u sistemu dolazi do pojave kavitacije sa povećanjem broja podjela cjevovoda dolazi do odstupanja numeričkih od eksperimentalnih rezultata za DGCM model sa kvazistacionarnim trenjem i Brunone-ove modele. Za DGCM model sa konvolucijskim modelom nestacionarnog trenja povećanje broja podjela cjevovoda nema uticaja na tačnost dobijenih rezultata. Za strujne uslove kod kojih u sistemu ne dolazi do pojave kavitacije svi numerički modeli pokazuju stabilno ponašanje. Povećanje broja podjela cjevovoda nema uticaja na rezultate dobijene numerički. Isti zaključak se može izvesti za lagane i spore prelazne procese izazvane zatvaranjem ventila na nizvodnom kraju cjevovoda.

8. Za konstantnu vrijednost početne brzine strujanja porast napora izazvan naglim zatvaranjem ventila ima približno istu vrijednost za sve veličine statičkih napora i može se izračunati pomoću formule Joukowsky-og. Manje vrijednosti statičkog napora na početku prelaznog procesa omogućavaju duži opstanak kavitacionih mjehurova. Raspad kavitacije izaziva veći porast napora za veće vrijednosti statičkog napora i kod njih maksimalni napor u sistemu nastaje nakon raspada prvog kavitacionog mjehura, dok je za manju vrijednost napora maksimalni napor u sistemu jednak naporu Joukowsky-og.

9. Za konstantnu vrijednost statičkog napora na početku prelaznog procesa i različite vrijednosti početnih brzina strujanja fluida u cjevovodu može se zaključiti da sa povećanjem inicijalne brzine fluida dolazi i do povećanja maksimalnog napora u hidrauličkom sistemu. Takođe je i vrijeme opstanka kavitacije duže a samim tim je veća i kavitaciona zapremina. Za manje vrijednosti početne brzine maksimalni napor u sistemu se dobija nakon raspada kavitacionih mjehurova dok se za veće vrijednosti početnih brzina maksimalni napor dobija odmah nakon zatvaranja ventila.

10. Za istu vrijednost početne brzine smjer strujanja fluida ("naviše" ili "naniže") nema velikog uticaja na vrijednost maksimalnog napora u sistemu. Vrijeme trajanja kavitacije je nešto duže za strujanje "naviše". Za strujanje "naniže" dolazi do intenzivnijeg formiranja i raspada kavitacionih mjehurova u odnosu na strujanje "naviše".

11. Za strujne uslove kod kojih ne dolazi do pojave kavitacije maksimalni napor u sistemu je napor dobijen odmah nakon zatvaranja ventila i ovaj napor se može odrediti formulom Joukowsky-og.

12. Svi razvijeni numerički modeli dobro određuju maksimalni napor za slučajeve kada je njegova vrijednost jednaka ili malo veća od napora Joukowsky-og. Odstupanje između eksperimentalnih i numeričkih rezultata raste za slučajeve kod kojih maksimalni napor nastaje kao zbir napora izazvanog naglim zatvaranjem ventila i napora nastalog raspadom kavitacionog mjehura.

13. U potpunosti je opravdano uvođenje modela nestacionarnog trenja u DGCM model jer se sa numeričkim modelima koji u sebe uključuju nestacionarno trenje dobijaju mnogo precizniji rezultati u odnosu na rezultate dobijene DGCM modelom sa kvazistacionarnim trenjem.

14. Sa razvijenim numeričkim modelima moguće je uspješno simulirati spore prelazne procese u hidrauličkim sistemima, odnosno pomoću njih dati korektne rezultate za uobičajene prelazne procese u hidroelektranama, pumpnim stanicama, vodovodima, dovodnim i odvodnim cjevovodima hidrauličkih sistema itd.

15. Rezultati dobijeni DGCM numeričkim modelima koji u sebe uključuju nestacionarno trenje su dovoljno precizni i mogu se koristiti za konstruisanje cjevovoda i raznih elemenata zaštite od neželjenog dejstva hidrauličkog udara. Jasno je da cjevovod mora biti konstruisan tako da može izdržati maksimalne i minimalne napore (pritisak isparavanja vodene pare za slučajeve kod kojih dolazi do pojave kavitacije) koji se mogu javiti tokom trajanja prelaznog procesa.

Na osnovu prethodno navedenog može se zaključiti da su ispunjeni svi ciljevi ovog magistarskog rada. Razvijen je DGCM numerički model sa kojim se može uspješno simulirati pojava kavitacije tokom trajanja prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima. Izvršeno je sprezanje DGCM modela sa različitim varijantama modeliranja nestacionarnog trenja kao prateće pojave prelaznih procesa. Rezultati dobijeni numeričkim modelima upoređeni su sa eksperimentalnim rezultatima i na osnovu toga je pokazano da se sa razvijenim numeričkim modelima uspješno mogu simulirati prelazni procesi u hidrauličkim sistemima.

Predlozi za dalje istraživanje mogli bi se sastojati u sledećem:

- Ø razvijanje DGCM modela za spore prelazne procese u hidrauličkim sistemima koji bi u sebi sadržavao različite modele za opisivanje trenja,
- Ø razvijanje numeričkog modela za razne granične uslove koji se mogu sresti u praksi (pumpa, pumpa sa vodostanom, razne vrste vodnih turbina itd.),
- Ø verifikacija već urađenih modela za prelazne procese izazvane naglim i postepenim otvaranjem ventila u prostom sistemu rezervoar-cjevovod-ventil.

Literatura

1. Abreu, J., Cabrera, E., Izquierdo, J., Garcia-Serra, J. (1999). *Flow modeling in pressurized systems revisited*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 125(11), 1154-1169.
2. Bergant, A., Sijamhodžić, E. (1994). *Hidraulic transients caused by shutoff valves*. Conference on Hydropower plants, Budapest, Hungary, 11 pp.
3. Bergant, A., and Simpson, A.R. (1994). *Estimating unsteady friction in transient cavitating pipe flow*. Proceedings of the 2nd International Conference on Water Pipeline Systems, BHR Group, Edinburgh, Scotland, 333-342.
4. Bergant, A., and Simpson, A.R. (1995). *Water hammer and column separation measurements in an experimental apparatus - Research report No.R128*. Department of civil and environmental engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia.
5. Bergant, A., and Simpson, A.R. (1997). *Development of a generalised set of pipeline water hammer and column separation equations - Research report No.R149*. Department of civil and environmental engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia.
6. Bergant, A., and Simpson, A.R. (1999). *Pipeline column separation flow regimes*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 125(8), 835-848.
7. Bergant, A., Simpson, A.R., and Vitkovsky, J. (1999). *Review of unsteady friction models in transient pipe flow*. Proceedings of the 9th International Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, Brno, Czech Republic, Paper D1, 12 pp.
8. Bergant, A., Simpson, A.R., and Vitkovsky, J. (2001). *Developments in unsteady pipe flow friction modelling*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, 39(3), 249-257.
9. Bergant, A., and Tijsseling, A. (2001). *Parameters affecting water hammer wave attenuation, shape and timing*. Proceedings of the 10th International Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, Trondheim, Norway, Paper C2, 12 pp.

10. Bergant, A., Tijsseling, A., Vitkovsky, J., Covas, D., Simpson, A., and Lambert, M. (2003). *Further investigation of parameters affecting water hammer wave attenuation, shape and timing. Part 1: Mathematical tools.* Proceedings of the 11th International Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, Stuttgart, Germany, 12 pp.
11. Bergant, A., Tijsseling, A., Vitkovsky, J., Covas, D., Simpson, A., and Lambert, M. (2003). *Further investigation of parameters affecting water hammer wave attenuation, shape and timing. Part 2: Case studies.* Proceedings of the 11th International Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, Stuttgart, Germany, 12 pp.
12. Bergant, A., Vitkovsky, J., Simpson, A.R., and Lambert, M. (2001). *Valve induced transients influenced by unsteady pipe flow friction.* Proceedings of the 10th International Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, Trondheim, Norway, Paper D4, 12 pp.
13. Bergant, A., Vitkovsky, J., Simpson, A.R., and Lambert, M. (2002). *Performance of instantaneous acceleration models of unsteady skin friction in practical applications.* 3rd Unsteady Friction Group Meeting, University of Dundee, Dundee, UK, 12 pp.
14. Bergant, A., Vitkovsky, J., Simpson, A., and Lambert, M. (2002). *Behaviour of unsteady pipe flow friction models in the case of valve - opening.* Proceedings of the Hydraulic Machinery and Systems 21st IAHR Symposium, Lausanne, Switzerland, Vol.2, pp. 689 - 694.
15. Brunone, B., Ferrante, M. (2001). *Detecting leaks in pressurised pipes by means of transients.* Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 39, NO.4.
16. Brunone, B., Golia, M.U., Greco, M. (1991). *Some remarks on the momentum equation for fast transients.* International Meeting on Hydraulic Transients with Column Separation, 9th Round Table, IAHR, Valencia, Spain, 140-148.

17. Brunone, B., Golia, M.U., Greco, M. (1995). *Effects of two-dimensionality on pipe transients modeling*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 121(12), 906-912.
18. Brunone, B., Karney, B., Mecarelli, M., Ferrante, M. (2000). *Velocity profiles and unsteady pipe friction in transient flow*. Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 126(4), 236-244.
19. Brunone, B., Morelli, L. (1999). *Automatic control valve-induced transients in operative pipe system*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 125(5), 534-542.
20. Chaudhry, M.H. (1979). *Applied hydraulic transients*. Van Nostrand Reinhold Company, New York, USA.
21. Chen, C.L. (1992). *Momentum and energy coefficients based on power-law velocity profile*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 118(11), 1571-1584.
22. Covas, D., Ramos, H. (2001). *Hydraulic transients used for leakage detection in water distribution systems*. Water Pipeline Systems BHR Group, 227-241.
23. Fox, J.A., (1977). *Hydraulic analysis of unsteady flow in pipe networks*. Macmillan Press Ltd, London, UK.
24. Ghidaoui, S.M., Karney, W.B. (1995). *Modified transformation and integration of 1D wave equations*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 121(10), 758-760.
25. Ghidaoui, S.M., Karney, B., McInnis, A.D. (1998). *Energy estimates for discretization errors in water hammer problems*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 124(4), 384-393.
26. Ghidaoui, S. M., Kolyshkin A. A. (2001). *Stability analysis of velocity profiles in water - hammer flows*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 127(6), 499-512.
27. Izquierdo, J., Iglesias, P. L. (2002). *Mathematical modelling of hydraulic transients in simple systems*. Mathematical and Computer Modelling, 35, 801-812.
28. Izquierdo, J., Inglesias, L.P. (2004). *Mathematical modelling of hydraulic transients in complex systems*. Matemactical and Computer Modelling, 39, 529-540.

29. Jordan, V. (1958). *Closing law for a shutoff valve (in Serbian)*. Meeting of Yugoslav Association of Hydraulic research, Bled, Slovenia, SFR Yugoslavia.
30. Jordan, V. (1964). *Hidraulički udar u hidroelektranama i crpnim postrojenjima*. Sklad Borisa Kidriča-Institut za turbinske stroje, Ljubljana, Slovenija, SFR Jugoslavija.
31. Jordan, V. (1967). *O določanju momenta zamaha GD^2 pri agregatu z vodno turbino*. Strojniški vestnik, 2.
32. Jordan, V. (1977). *Prelazni režim kod cevne turbine*. Savetovanje JUGEL o cevnim agregatima, Nova Gorica, Slovenija, SFR Jugoslavija.
33. Jordan, V. (1977). *Teoretska analiza hidrauličnih prelaznih režima*. Institut Mašinskog fakulteta, Beograd, SFR Jugoslavija.
34. Lee, S.J., Lee, B. K., Lee, G. C. (2001). *An experimental study on the control of pressure transients using an orifice*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 78, 337-341.
35. Misra, A., Behdinan, K., Cleghorn, L.W. (2002). *Self-excited vibration of a control valve due to fluid-structure interaction*. Journal of Fluids and Structures, 16(5), 649-665.
36. Mrkić, M. (2001). *Turbomašine pumpe*. Univerzitet Crne Gore, Podgorica, SR Jugoslavija.
37. Nash, G., Karney, B. (1999). *Efficient inverse transient analysis in series pipe systems*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 125(7), 761-764.
38. Obradović, D. (1981). *Matematičko modeliranje nestacionarnih pojava u hidropostrojenjima - Elaborat*. RO Energoprojekt-Energodata, Beograd, SFR Jugoslavija.
39. Obradović, D. (1980). *Opšti matematički model hidroelektrane*. Konsultacija o prelaznim pojavama u hidroelektranama sa cevnim i Kaplanovim turbinama, Ljubljana, SFR Jugoslavija.
40. Pejović, S., Grozdanić, S. (1969). *Water hammer in instalations with several pumps*. Proceedings of the 3rd Conference on Fluid Mechanics and Fluid Machinery, Budapest, Hungary.
41. Pejović, S., Krsmanović, Lj. (1976). *Prelazni radni režimi i hidraulički udar u cevovodu*. Konsultacije o cevovodima pod pritiskom, ZJE, Vlasinsko jezero, SFR Jugoslavija.

42. Pejović, S. (1977). *Hidraulički udar i prelazni režimi hidropostrojenja*. Institut Mašinskog fakulteta, Beograd, SFR Jugoslavija.
43. Pejović, S., Krsmanović, Lj., Obradović, D. (1980). *Kaplan turbine accidents and reverse water hammer*. Third International Conference on Pressure Surges, Canterbury, UK.
44. Pezzinga, G., Scandura, P. (1995). *Unsteady flow in installations with polymeric additional pipe*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 121(11), 802-811.
45. Pezzinga, G. (1999). *Quasi-2D model for unsteady flow in pipe networks*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 125(7), 676-685.
46. Pezzinga, G. (2000). *Evaluation of unsteady flow resistances by quasi-2D or 1D models*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 126(10), 778-785.
47. Pezzinga, G. (2002). *Unsteady flow in hydraulic networks with polymeric additional pipe*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(2), 238-244.
48. Prado, A. R., Larreteguy, E. A. (2002). *A transients shear stress model for the analysis of laminar water - hammer problems*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 40, NO.1.
49. Ramos, H., Almeida, A. B. (2002). *Parametric analysis of water - hammer effects in small hydro schemes*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(7), 689-696.
50. Selek, B., Kirkgoz, M. S., Selek, Z. (2004). *Comparison of computed water hammer pressures with test results for the Catalan power plant in Turkey*. Canadian Journal of Civil Engineering, 31, 78-85.
51. Shu, J-J. (2003). *Modelling vaporous cavitation on fluid transients*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 80, 187-195.
52. Silva-Araya, F. W., Chaudhry, M.H. (1997). *Computation of energy dissipation in transient flow*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 123(2), 108-115.
53. Simpson, A.R., and Bergant, A. (1994). *Numerical comparison of pipe-column-separation models*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 120(3), 361-377.
54. Stephenson, D. (1997). *Effects of air valves and pipework on water hammer pressures*. Journal of Transportation Engineering, ASCE, 123(2), 101-106.

55. Stephenson, D. (2002). *Simple Guide for design of air vessels for water hammer protection of pumping lines*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(8), 792-797.
56. Stevanović, V. (1986). *Numeričko rešavanje prostiranja talasa pritiska u sistemu fluida i strukture termoenergetskih postrojenja - Magistarski rad*. Mašinski fakultet, Beogradski Univerzitet, Beograd, SFR Jugoslavija.
57. Tijsseling, S.A. (1996). *Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review*. Journal of Fluids and Structures, 10, 109-146.
58. Tijsseling, S.A., Vardy, E.A., Fan, D. (1996). *Fluid-structure interaction and cavitation in a single-elbow pipe system*. Journal of Fluids and Structures, 10, 395-420.
59. Vardy, A.E., Hwang, K.L. (1991). *A characteristics model of transient friction in pipes*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, 29(5), 669-684.
60. Vardy, A.E., Hwang, K.L., Brown, J.M.B. (1993). *A weighting function model of transient turbulent pipe flow*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, 31(4), 533-548.
61. Vardy, A.E., and Brown, J.M.B. (1995). *Transient, turbulent, smooth pipe flow*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, 33(4), 435-456.
62. Vardy, A.E., and Brown, J.M.B. (2003). *Transient turbulent friction in smooth pipe flows*. Journal of Sound and Vibration, 259(5), 1011-1036.
63. Vardy, A.E., and Brown, J.M.B. (2004). *Transient turbulent friction in fully rough pipe flows*. Journal of Sound and Vibration, 270, 233-257.
64. Vitkovsky, J., Lambert, M., Simpson, A.R., and Bergant, A. (2000). *Advances in unsteady friction modelling in transient pipe flow*. Pressure surges. Safe design and operation of industrial pipe systems. A. Anderson, ed., Professional Engineering Publishing Ltd., Bury St. Edmunds, England, 471-482.
65. Vitkovsky, J., Stephens, M., Bergant, A., Lambert, M., and Simpson, A.R. (2004). *Efficient and accurate calculation of Zielke and Vardy-Brown unsteady friction in pipe transients*. Proceedings of the 9th International Conference on Pressure Surges, BHR Group, Chester, UK, 15 pp.

66. Vugdelija, M., Stojanović, Z., Stojanović, Ž. (2000). *Determination of a time step interval in hydraulic systems transients simulation*. Advances in Engineering Software, 31, 143-148.
67. Vušković, I., Pejović, S. (1971). *Prelazni pogonski režimi i hidraulički udar kod hidroelektrana sa reverzibilnim agregatima*. Maribor, Slovenija, SFR Jugoslavija.
68. Wang, X-J., Lambert, F. M., Simpson, R. A., Liggett, A. J., Vitkovsky, P. J. (2002). *Leak Detection in pipelines using the damping of fluid transients*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(7), 697-711.
69. Wang, K-H., Shen, Q., Zhang, B. (2003). *Modeling propagation of pressure surges with the formation of an air pocket in pipelines*. Computers and Fluids, 32, 1179-1194.
70. Wylie, E.B. (1984). *Simulation of vaporous and gaseous cavitation*. Journal of Fluids Engineering, ASME, 106(3), 307-311.
71. Wylie, E.B., and Streeter, V.L. (1978). *Fluid transients*. McGraw-Hill International Book Company, New York, USA.
72. Wylie, E.B., and Streeter, V.L. (1993). *Fluid transients in systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA.
73. Zhou, F., Hicks, E. F., Steffler, M. P., (2002). *Transients flow in a rapidly filling horizontal pipe containing trapped air*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(6), 625-634.
74. Zielke, W. (1968). *Frequency-dependent friction in transient pipe flow*. Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME, 90(1), 109-115.

Prilog A: Izračunavanje brzine prostiranja poremećajnog talasa

Brzina prostiranja poremećajnog talasa u tečnosti koja se nalazi u elastičnim cijevima, u zavisnosti od debljine zida i materijala cijevi, kao i osobina radnog fluida može izračunati na osnovu izraza [71]:

$$a = \sqrt{\frac{\frac{e}{r}}{1 + \left(\frac{e D}{E d}\right) c_1}}, \quad (\text{A.1})$$

gdje je:

ε - modul elastičnosti fluida (Pa);

ρ - gustina fluida (kg/m^3);

E - Young-ov modul elastičnosti materijala cijevi (Pa);

D - prečnik cijevi (m);

δ - debljina zidova cijevi (m).

Koeficijent c_1 je funkcija debljine zida cijevi i načina na koji je cijev učvršćena u fizičkom sistemu [71]. Za elastične tankozide cijevi ($D/d > 25$) koeficijent c_1 se sračunava prema sledećim izrazima:

Ø cijev učvršćena samo na uzvodnom kraju:

$$c_1 = 1 - \frac{n}{2}, \quad (\text{A.2})$$

Ø cijev učvršćena cijelom dužinom nasuprot aksijalnom kretanju:

$$c_1 = 1 - n^2, \quad (\text{A.3})$$

Ø cijev učvršćena cijelom dužinom:

$$c_1 = 1. \quad (\text{A.4})$$

Za elastične cijevi za koje je ($D/\delta < 25$) koeficijent c_1 se računa kao:

Ø cijev učvršćena samo na uzvodnom kraju:

$$c_1 = \frac{2d}{D}(1+n) + \frac{D}{D+d} \left(1 - \frac{n}{2}\right), \quad (\text{A.5})$$

Ø cijev učvršćena cijelom dužinom nasuprot aksijalnom kretanju:

$$c_1 = \frac{2d}{D}(1+n) + \frac{D}{D+d} (1 - n^2), \quad (\text{A.6})$$

Ø cijev učvršćena cijelom dužinom:

$$c_1 = \frac{2d}{D}(1+n) + \frac{D}{D+d}, \quad (\text{A.7})$$

gdje je:

ν - Poisson-ov koeficijent.

Prilog B: Young-ov modul elastičnosti i Poisson-ov koeficijent za razne materijale

U Tabeli B.1. date su vrijednosti Young-ovog modula elastičnosti i Poisson-ovog koeficijenta za različite vrste materijala cijevi [20].

Tabela B.1. Young-ov modul elastičnosti i Poisson-ov koeficijent za različite vrste materijala

Materijal	Young-ov modul elastičnosti E (GPa)	Poisson-ov koeficijent n
Aluminijumske legure	68-73	0.33
Azbestni cement	24	
Mesing	78-110	0.36
Liveno gvožđe	80-170	0.25
Beton	14-30	0.1-0.15
Bakar	107-131	0.34
Staklo	46-73	0.24
Olovo	4.8-17	0.44
Čelik	200-212	0.27
Plastika		
ABS	1.7	0.33
Najlon	1.4-2.75	
Pleksiglas	6.0	0.33
Polietilen	0.8	0.46
Polistiren	5.0	0.4
PVC	2.4-2.75	
Kamen		
Granit	50	0.28
Krečnjak	55	0.21
Kvarcit	24.0-44.8	
Pješčar	2.75-4.8	0.28
Škriljac	6.5-18.6	

Prilog C: Modul elastičnosti i gustina nekih fluida

U Tabeli C.1. date su vrijednosti modula elastičnosti i gustine nekoliko vrsta fluida, u funkciji temperature i pritiska [20].

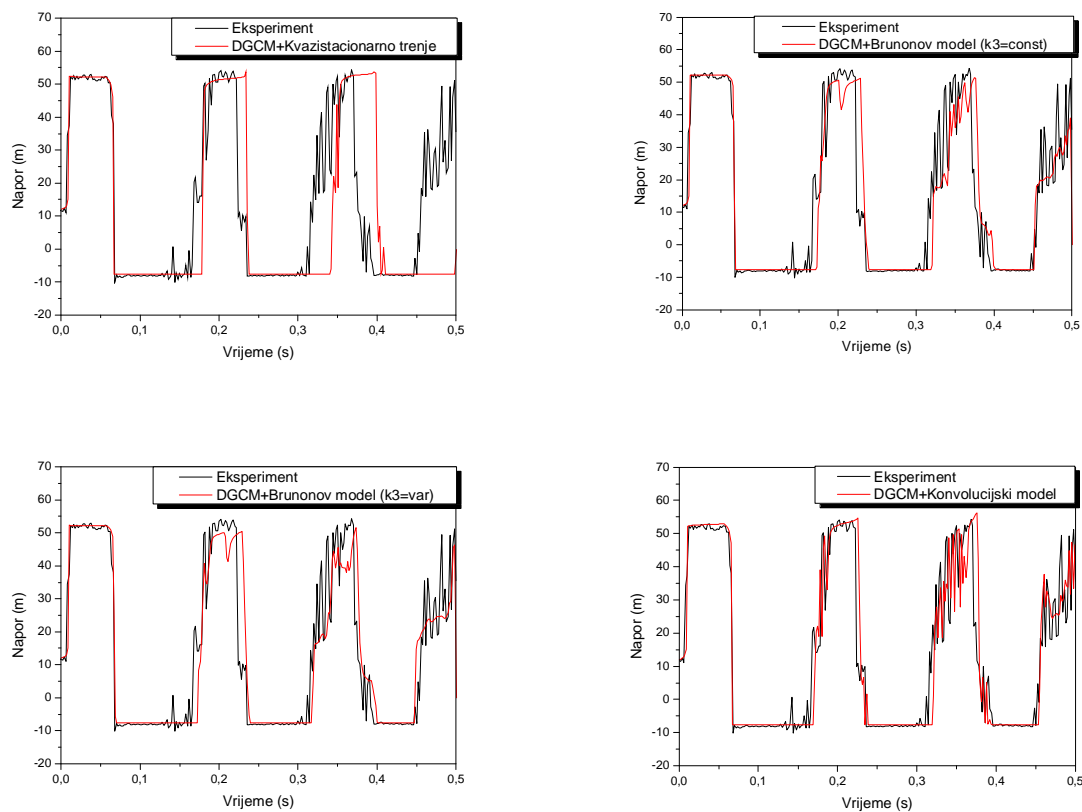
Tabela C.1. Vrijednosti modula elastičnosti i gustine na atmosferskom pritisku za razne vrste fluida

Fluid	Temperatura (°C)	Gustina ρ (kg/m ³)	Modul elastičnosti E (Gpa)
Benzen	15	880	1.05
Etil alkohol	0	790	1.32
Glicerin	15	1 260	4.43
Kerozin	20	804	1.32
Živa	20	13 570	26.2
Nafta	15	900	1.5
Voda,obična	20	999	2.19
Voda,morska	15	1 025	2.27

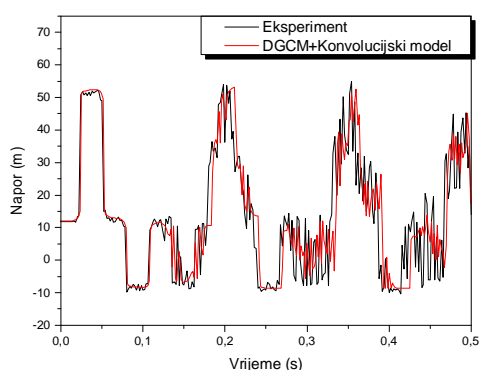
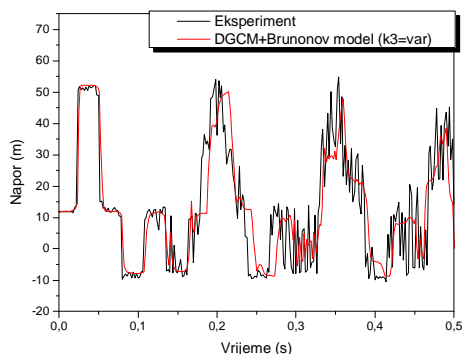
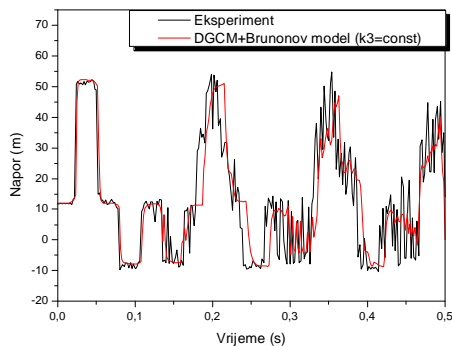
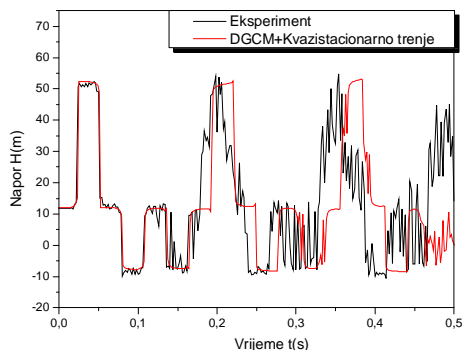
Prilog D: Neki od rezultata proračuna

U ovom prilogu su dati neki od rezultata proračuna dobijeni za razne početne brzine strujanja, razne vrijednosti statičkih napora na početku cjevovoda i razne podjele cjevovoda. Rezultati numeričkih modela i njihovo upoređenje sa rezultatima eksperimenta dati su preko dijagrama koji upoređuju promjenu napora na ventilu i sredini cjevovoda.

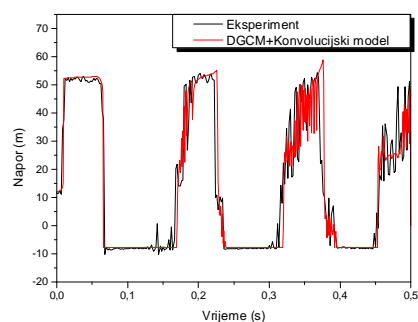
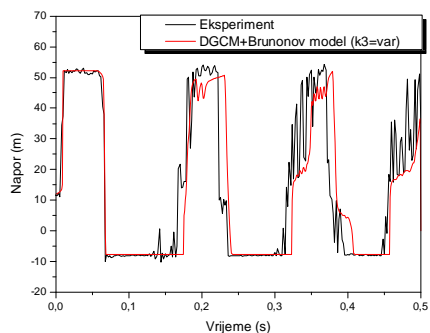
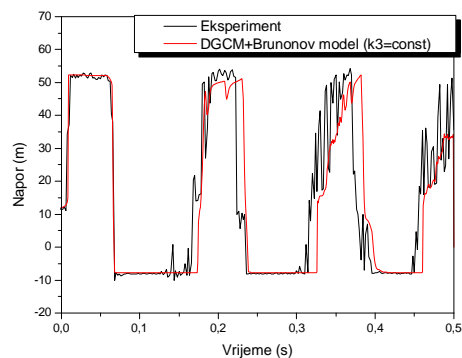
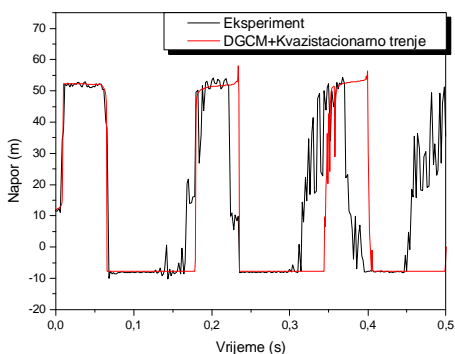
D.a. Strujanje naviše ($V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m)



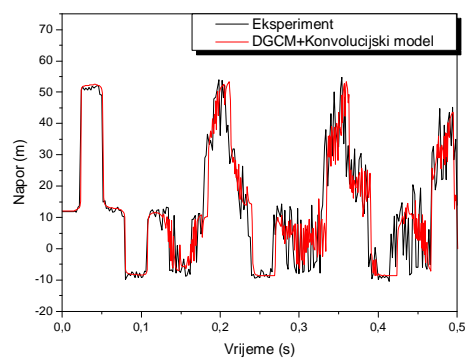
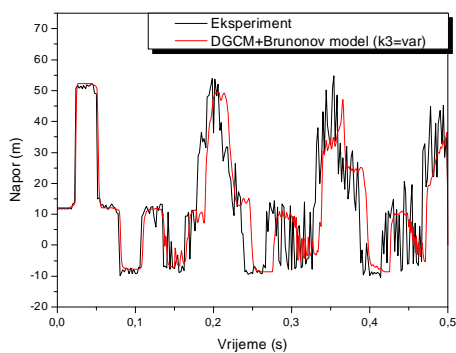
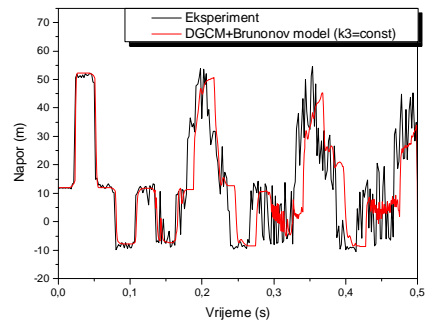
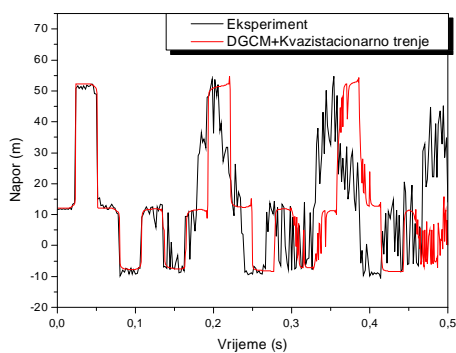
Slika D.1. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=32$



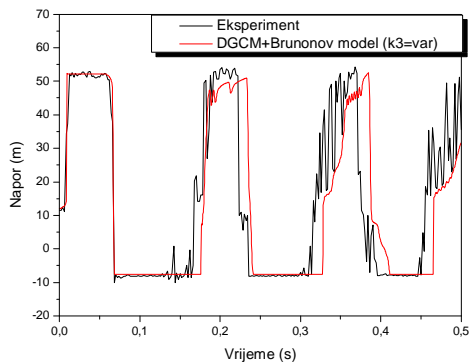
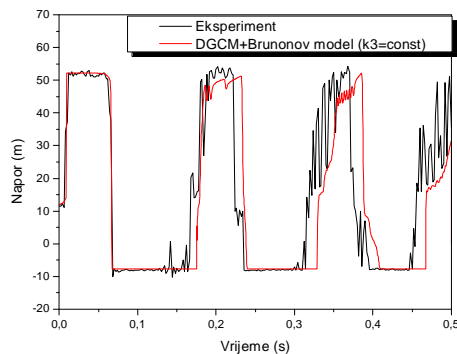
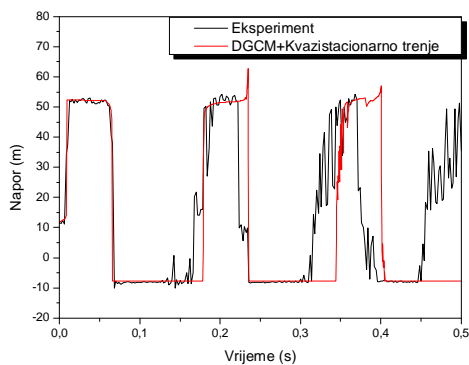
Slika D.2. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=32$



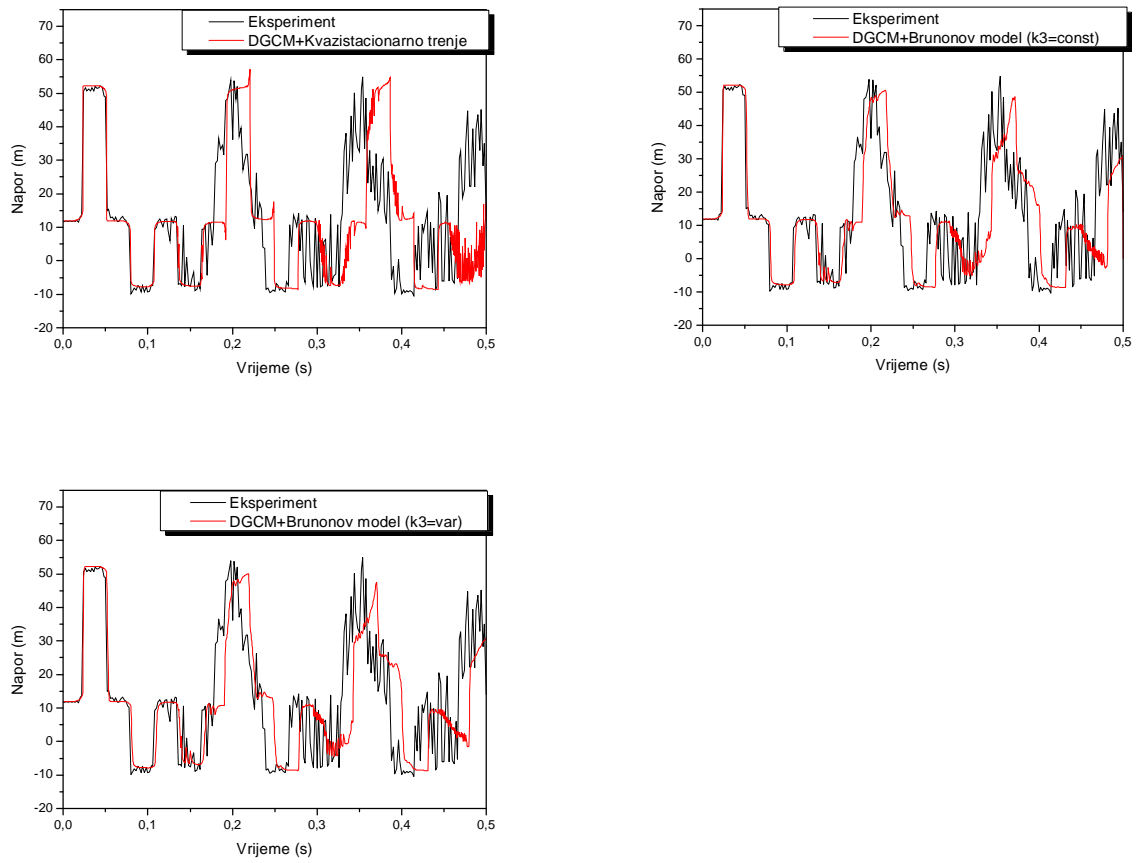
Slika D.3. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=64$



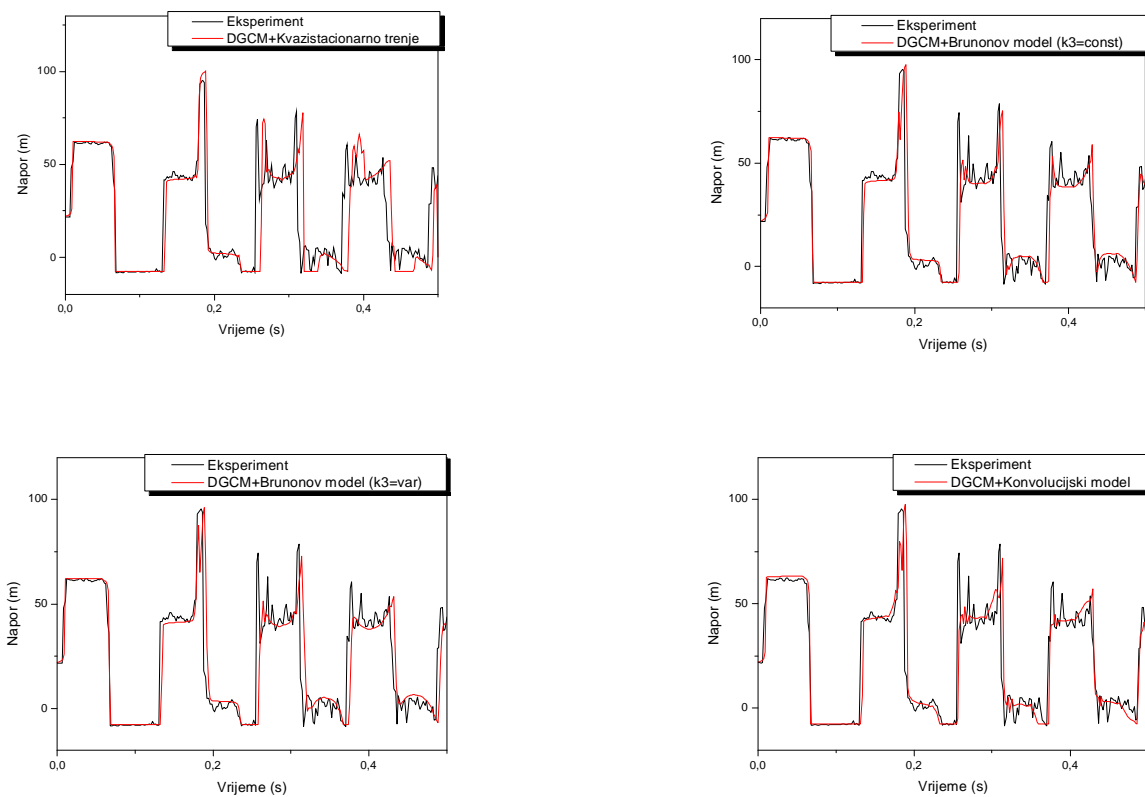
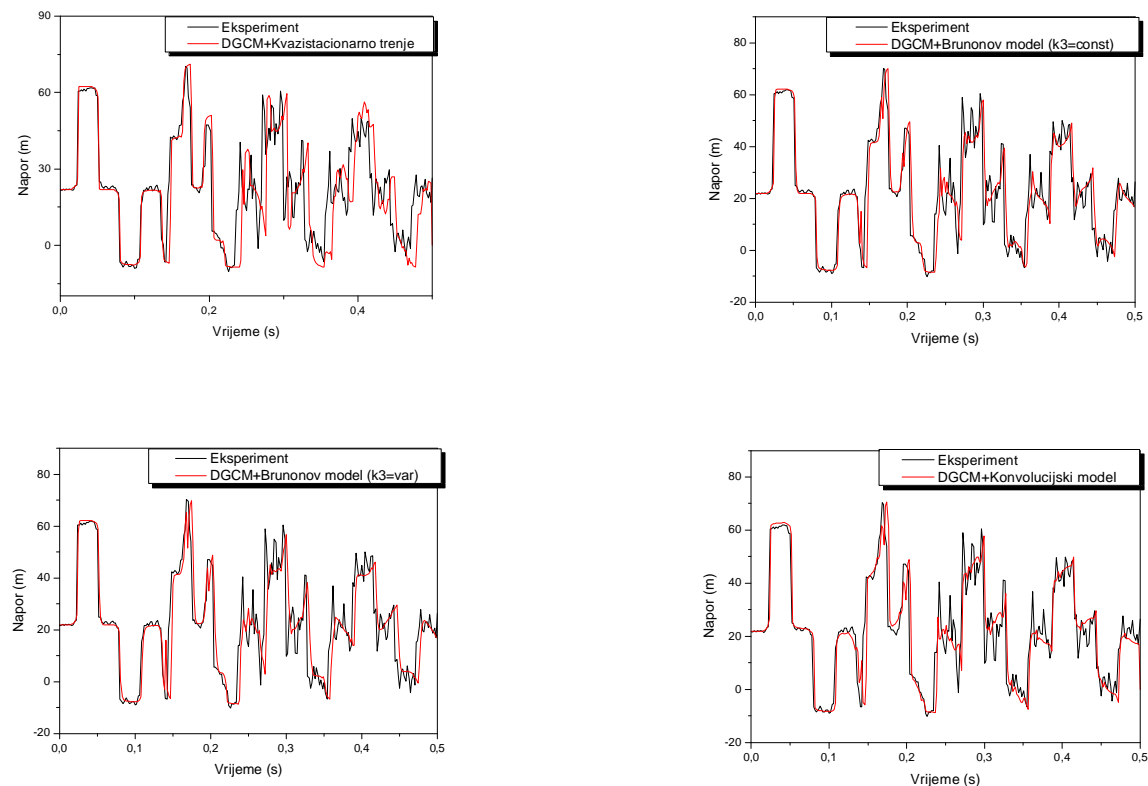
Slika D.4. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=64$

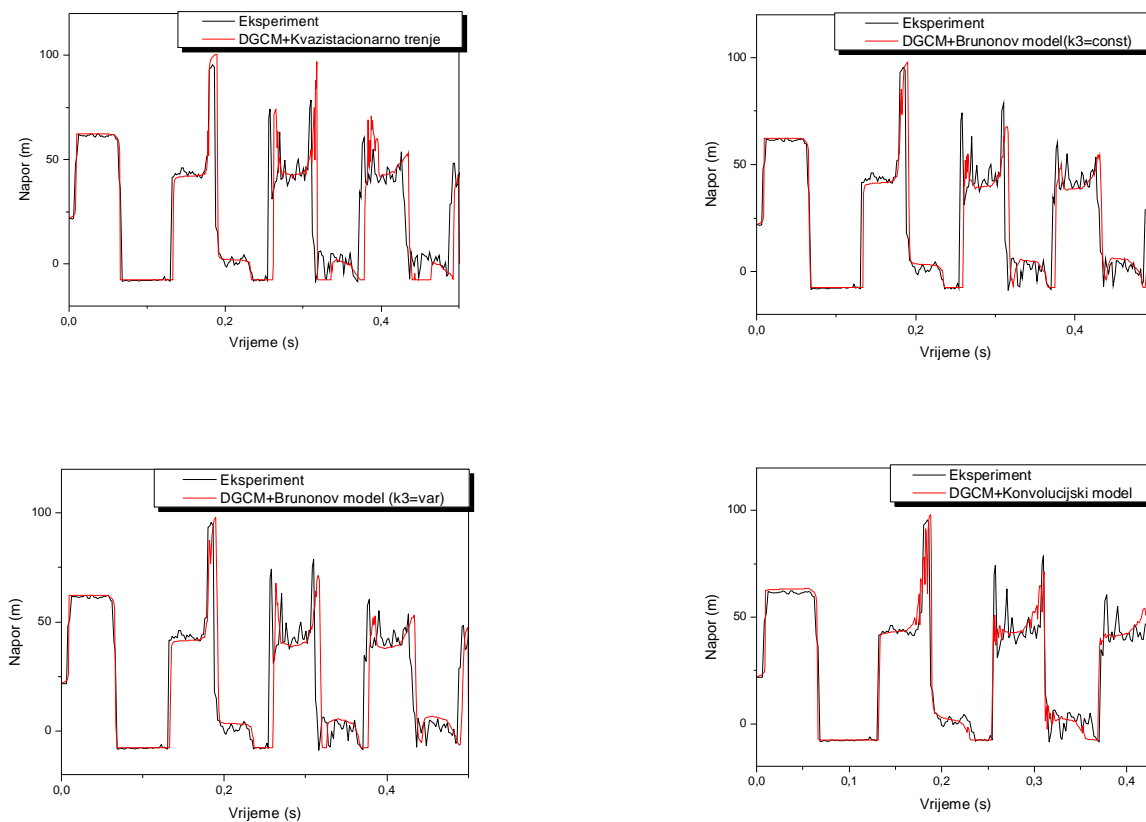


Slika D.5. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=128$

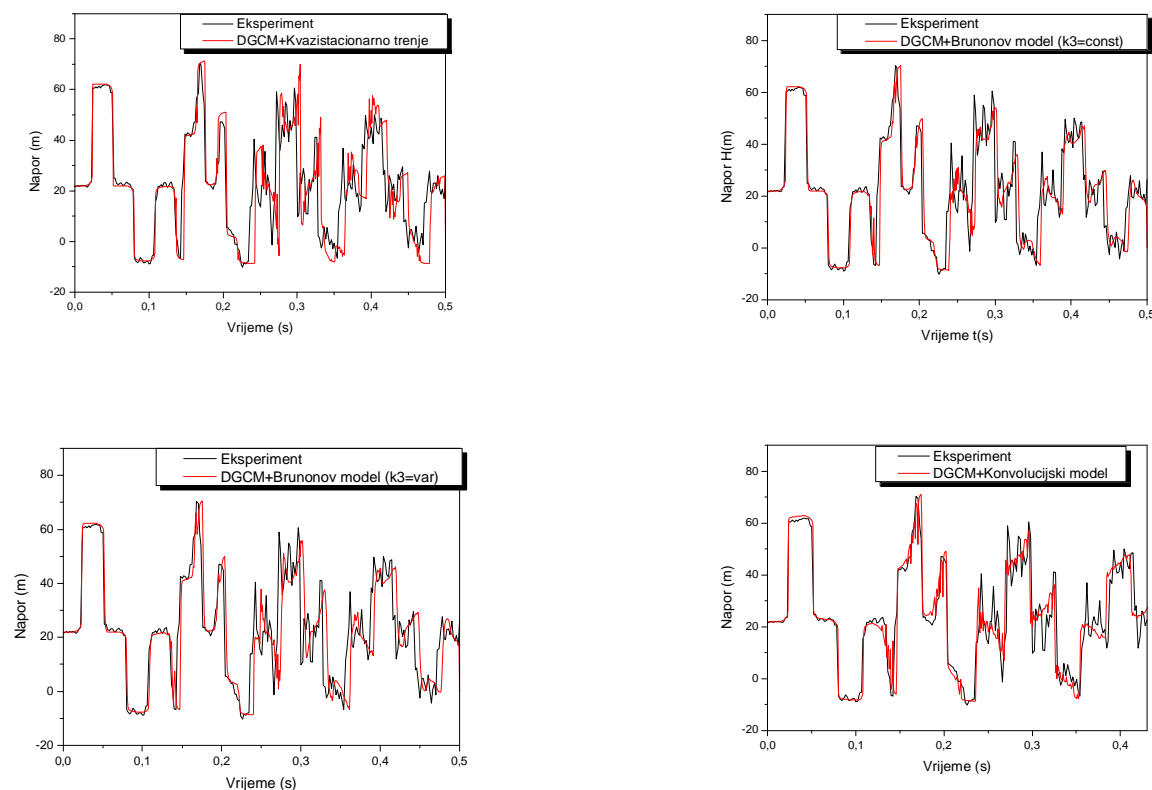


Slika D.6. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=12$ m, $N=128$

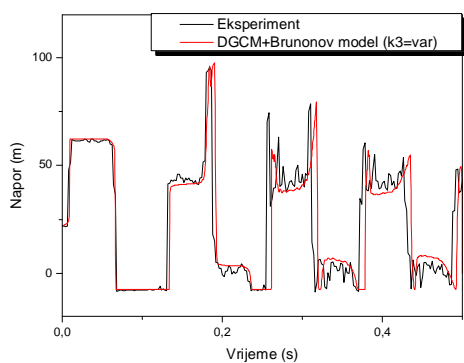
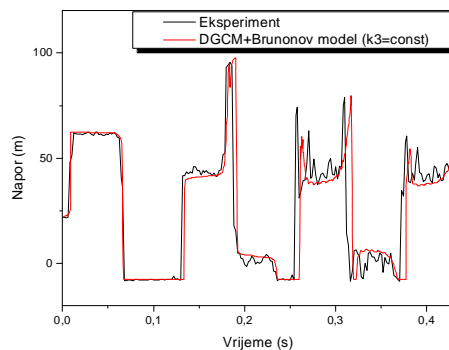
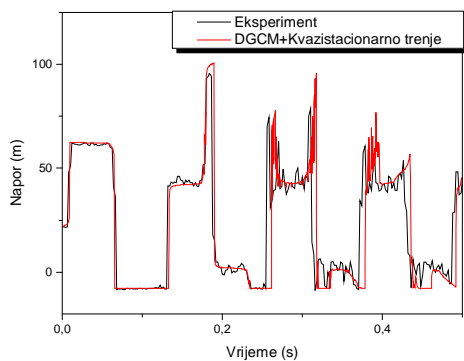
D.b. Strujanje naviše ($V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m)Slika D.7. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=32$ Slika D.8. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=32$



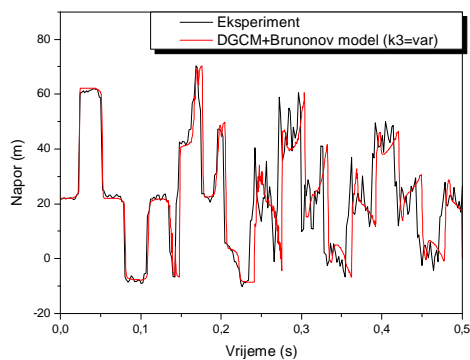
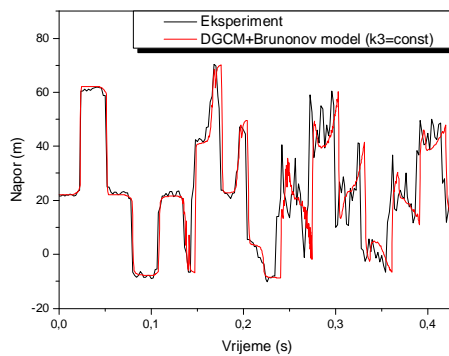
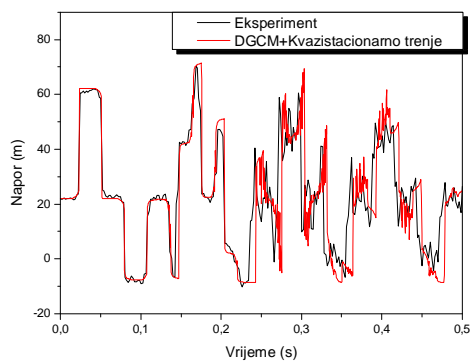
Slika D.9. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=64$



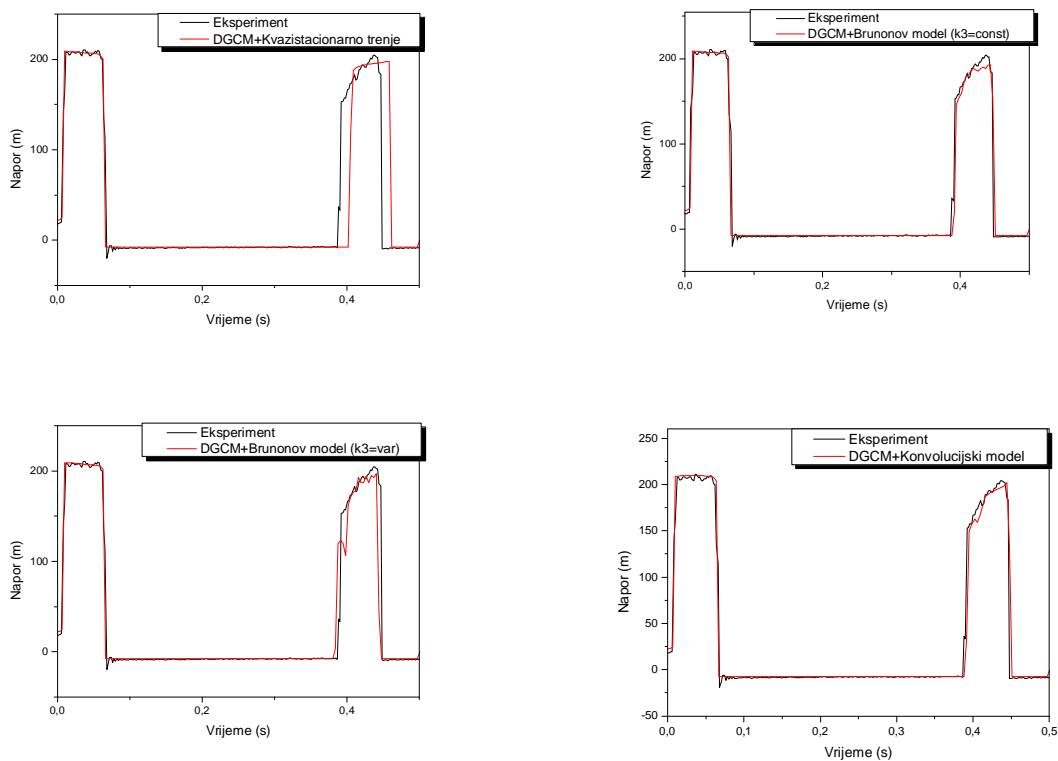
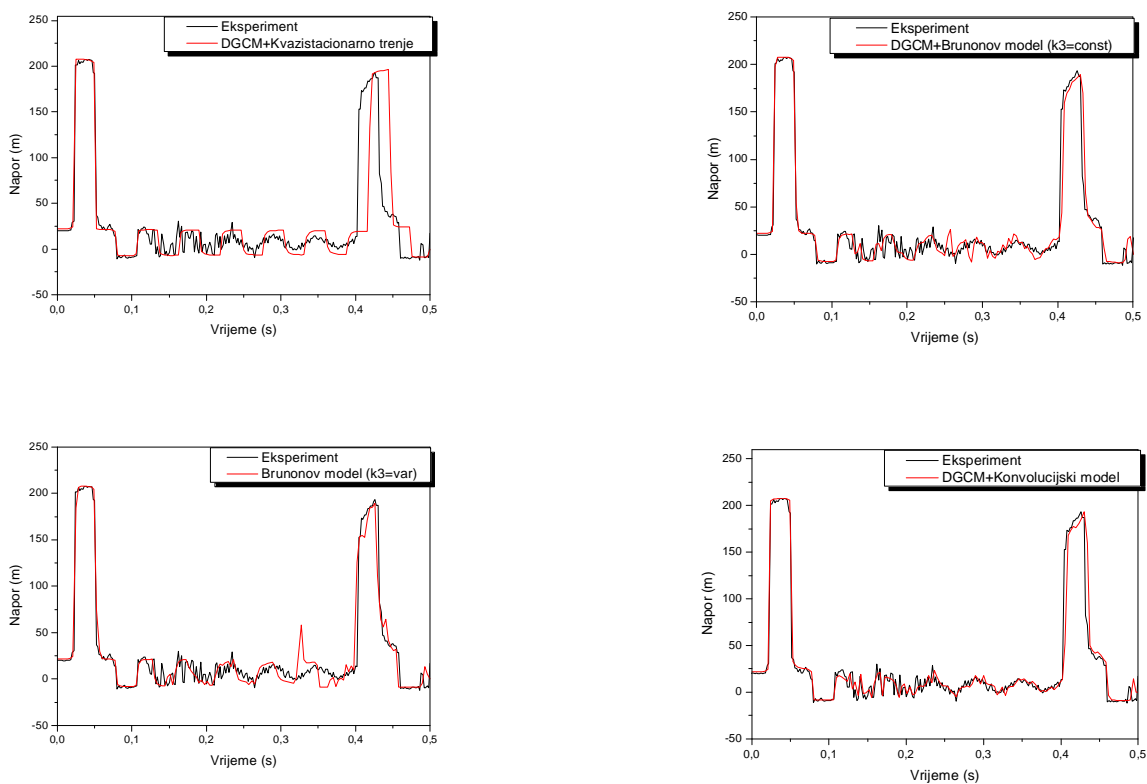
Slika D.10. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=64$

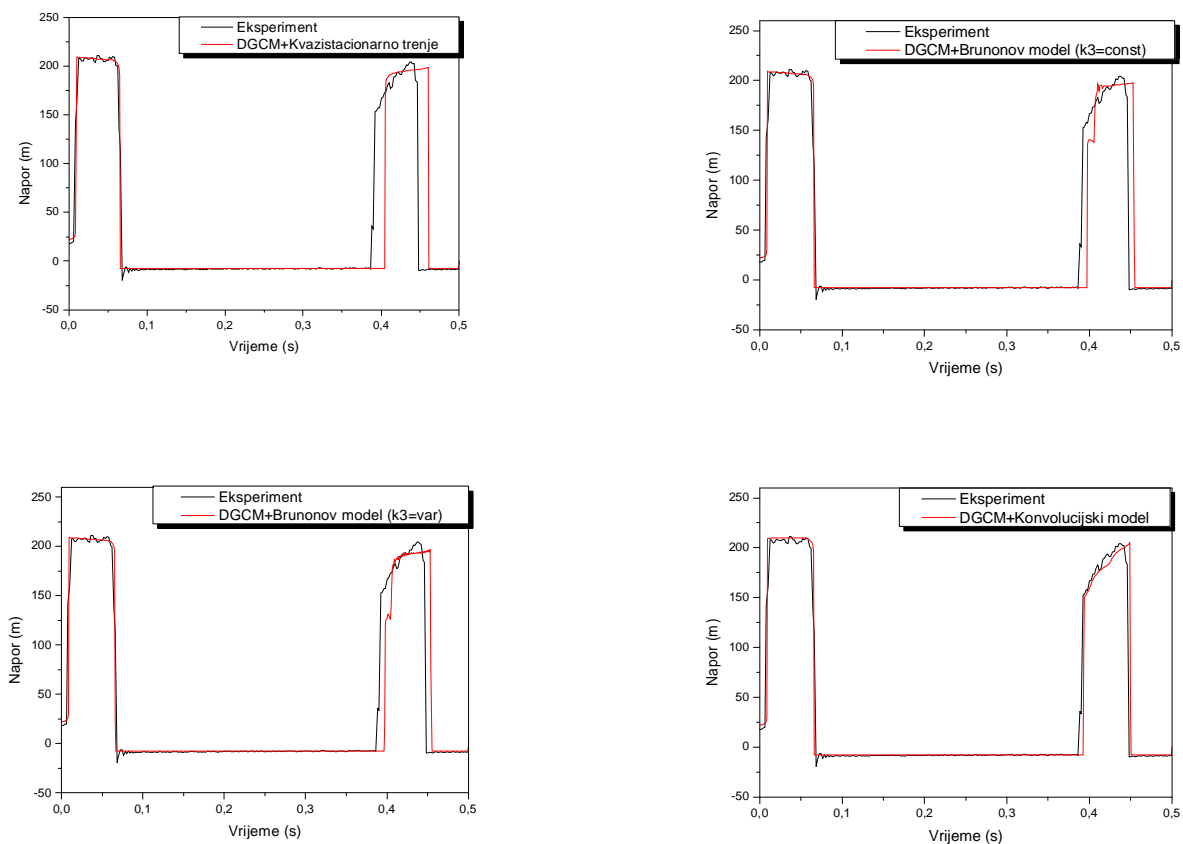


Slika D.11. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=128$

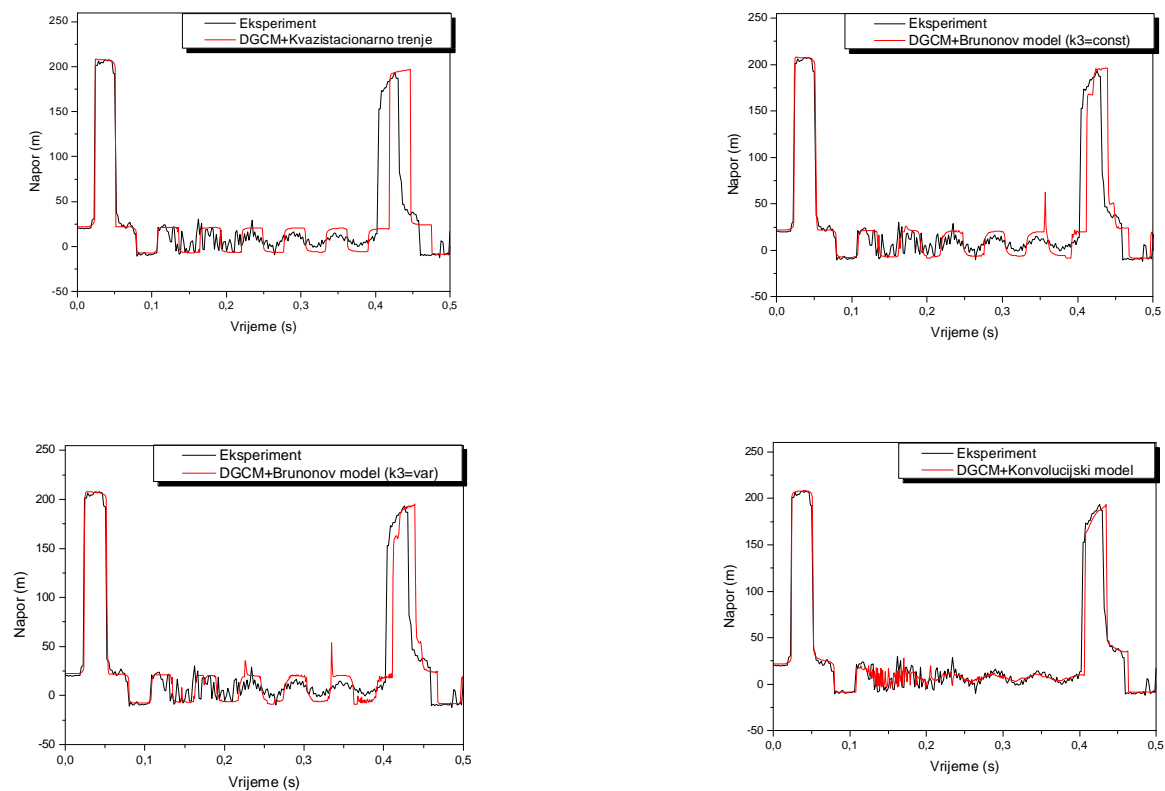


Slika D.12. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=128$

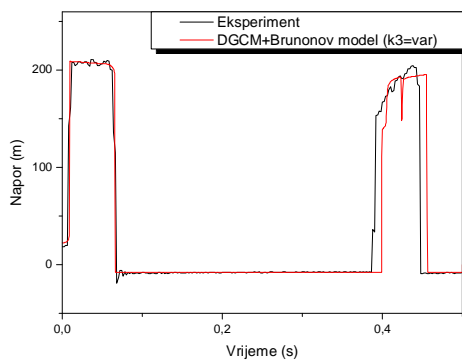
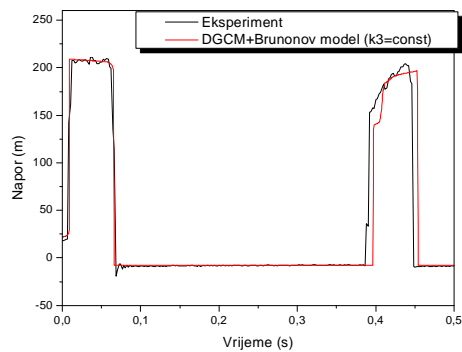
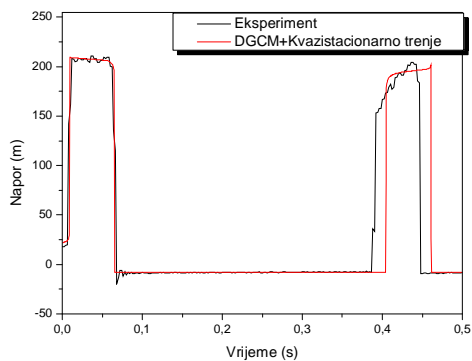
D.c. Strujanje naviše ($V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m)Slika D.13. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=16$ Slika D.14. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=16$



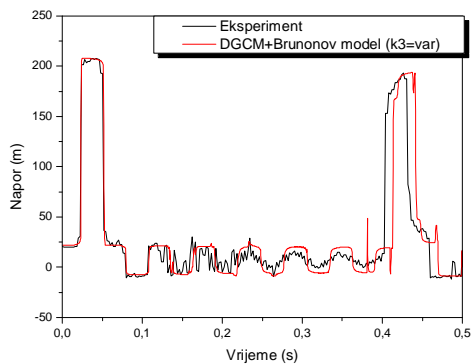
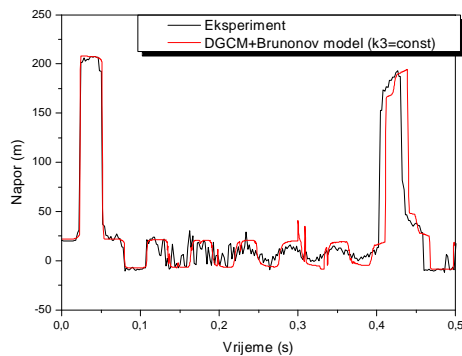
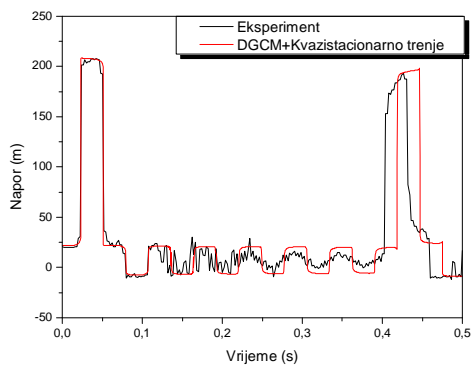
Slika D. 15. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=64$



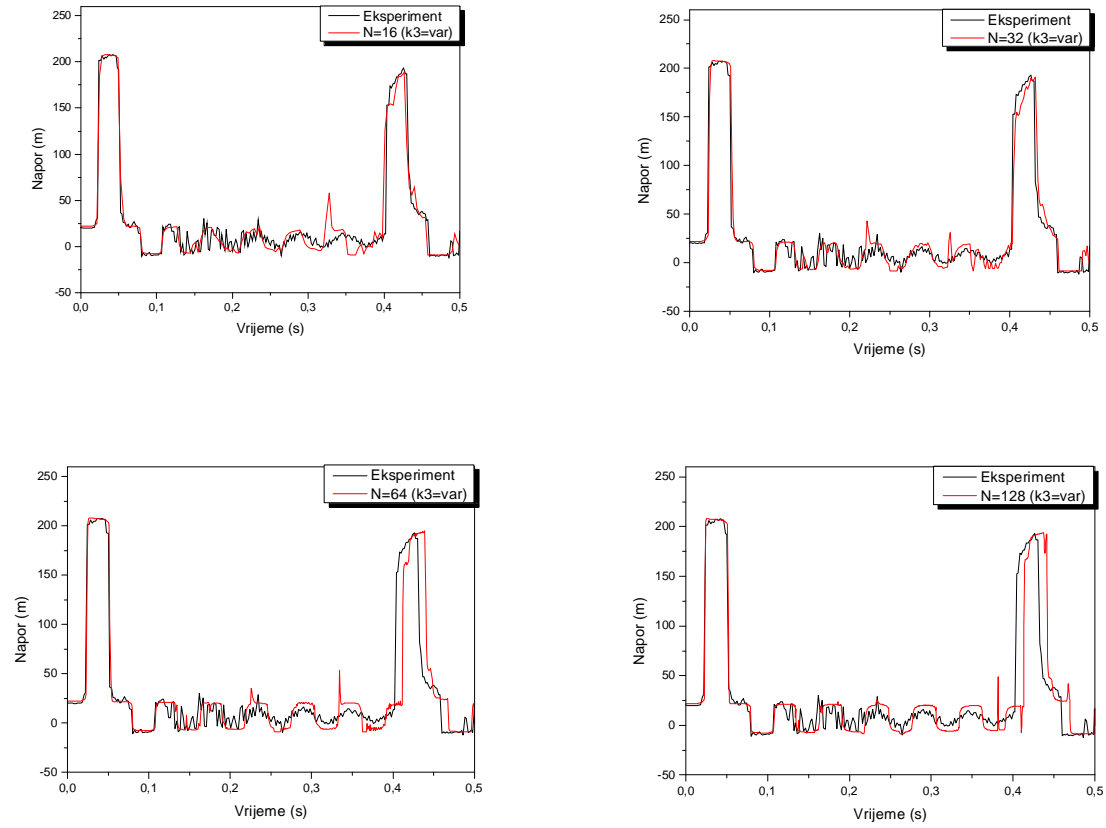
Slika D. 16. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=64$



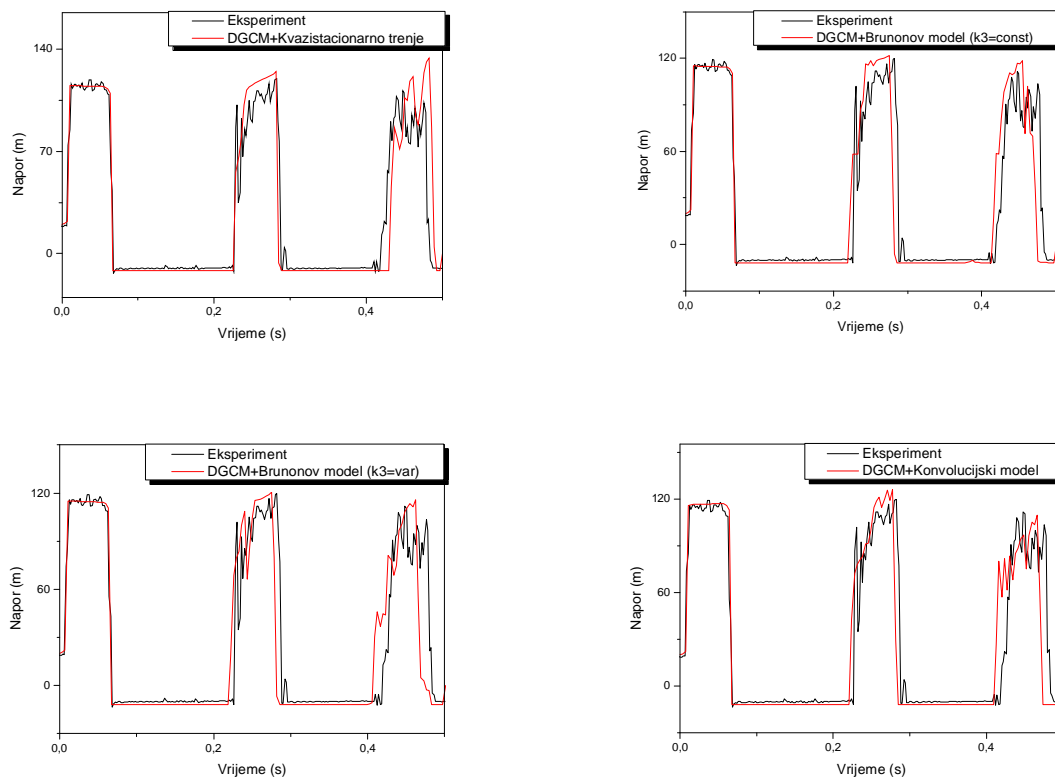
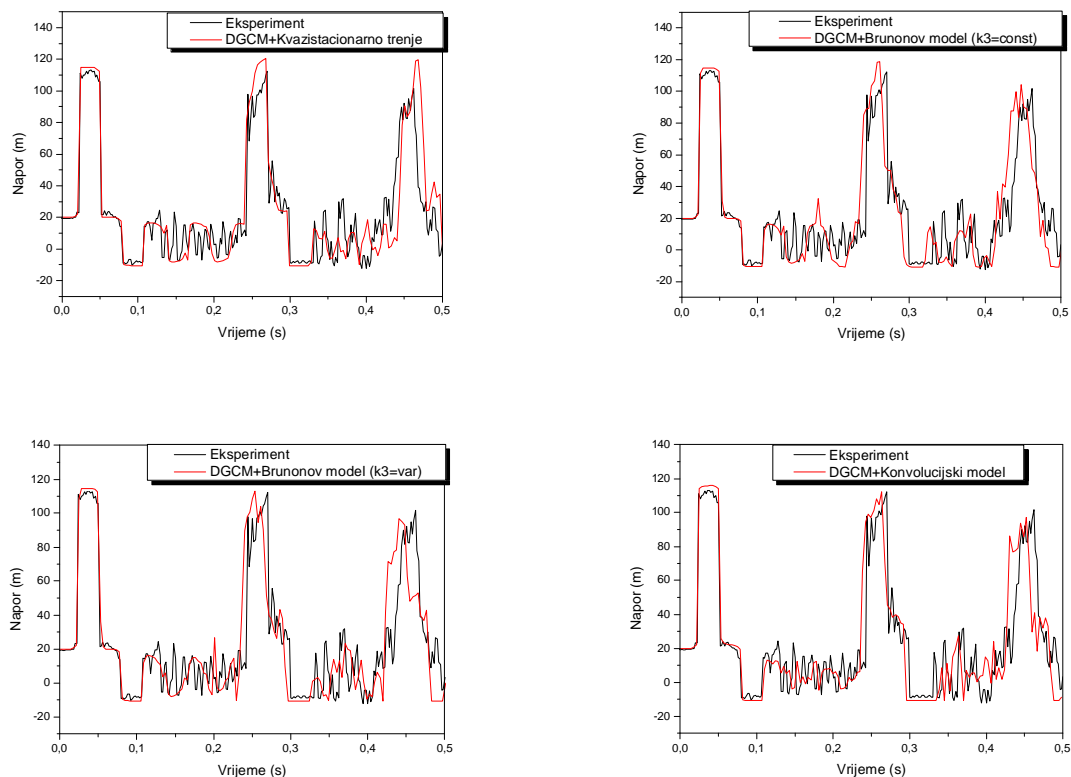
Slika D.17. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=128$

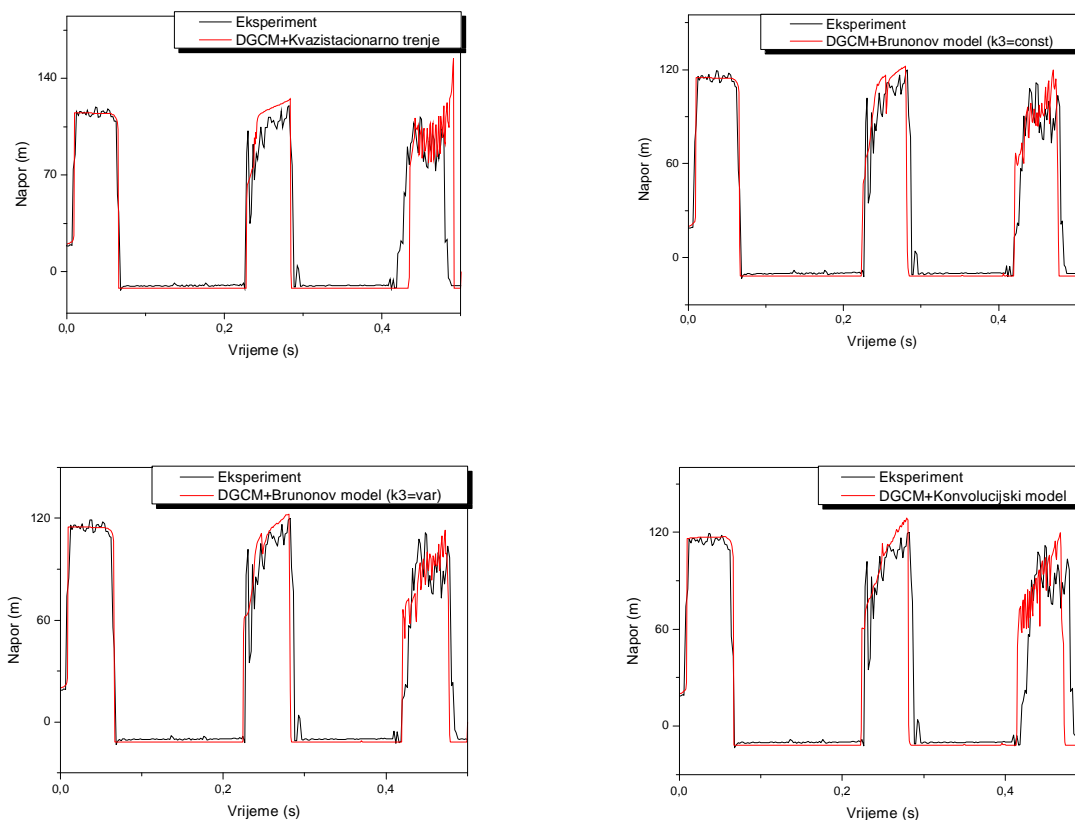


Slika D.18. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=128$

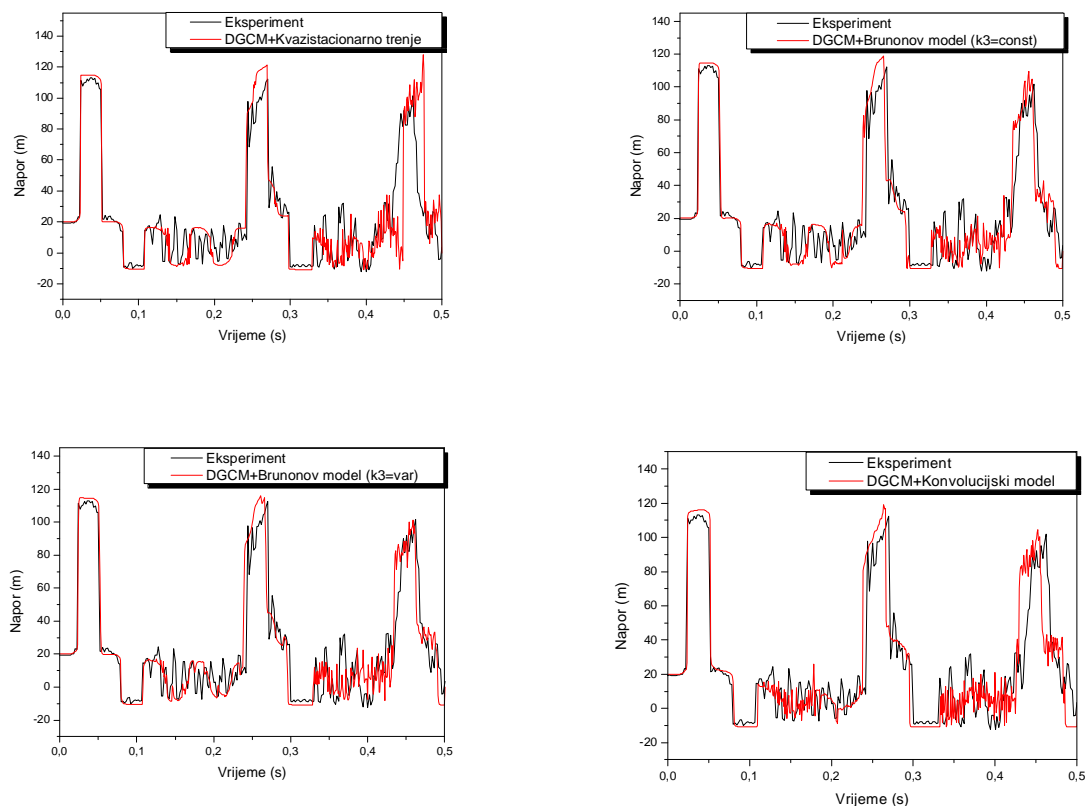


Slika D.19. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=1.40$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda

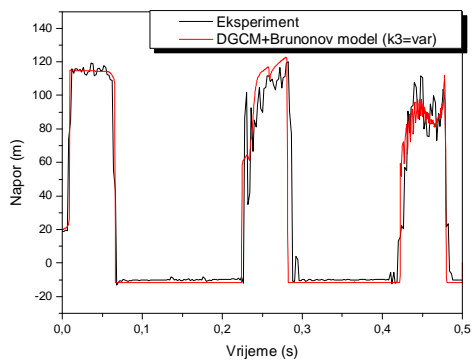
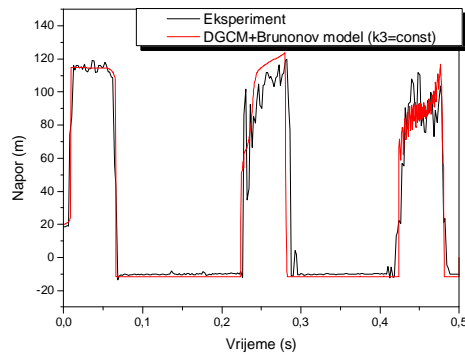
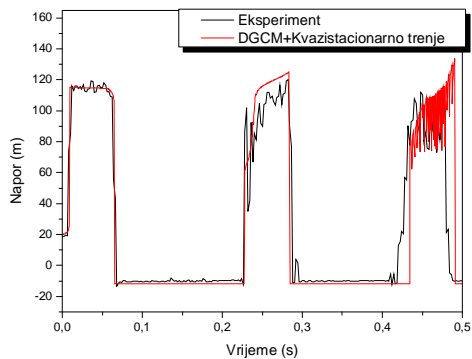
D.d. Strujanje naniže ($V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m)Slika D.20. Promjena napora na ventilu za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=16$ Slika D.21. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=16$



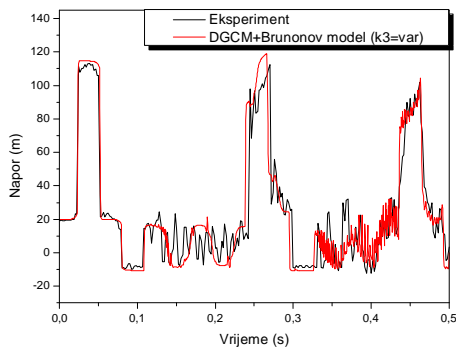
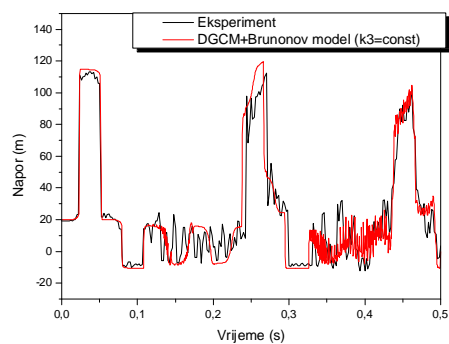
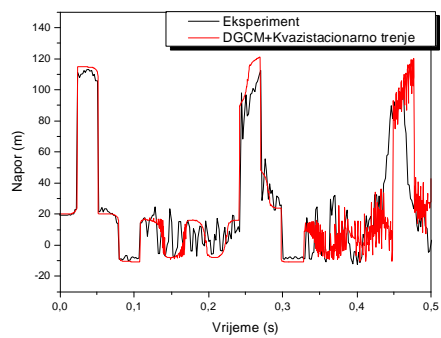
Slika D.22. Promjena napora na ventilu za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=64$



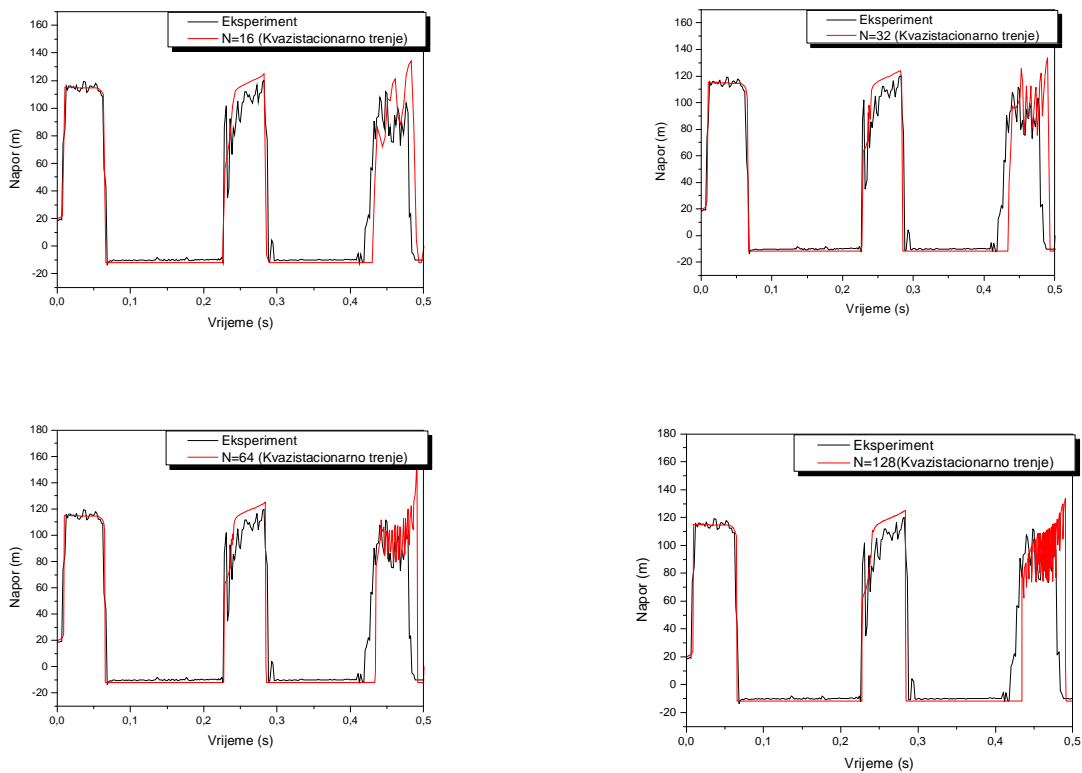
Slika D.23. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=64$



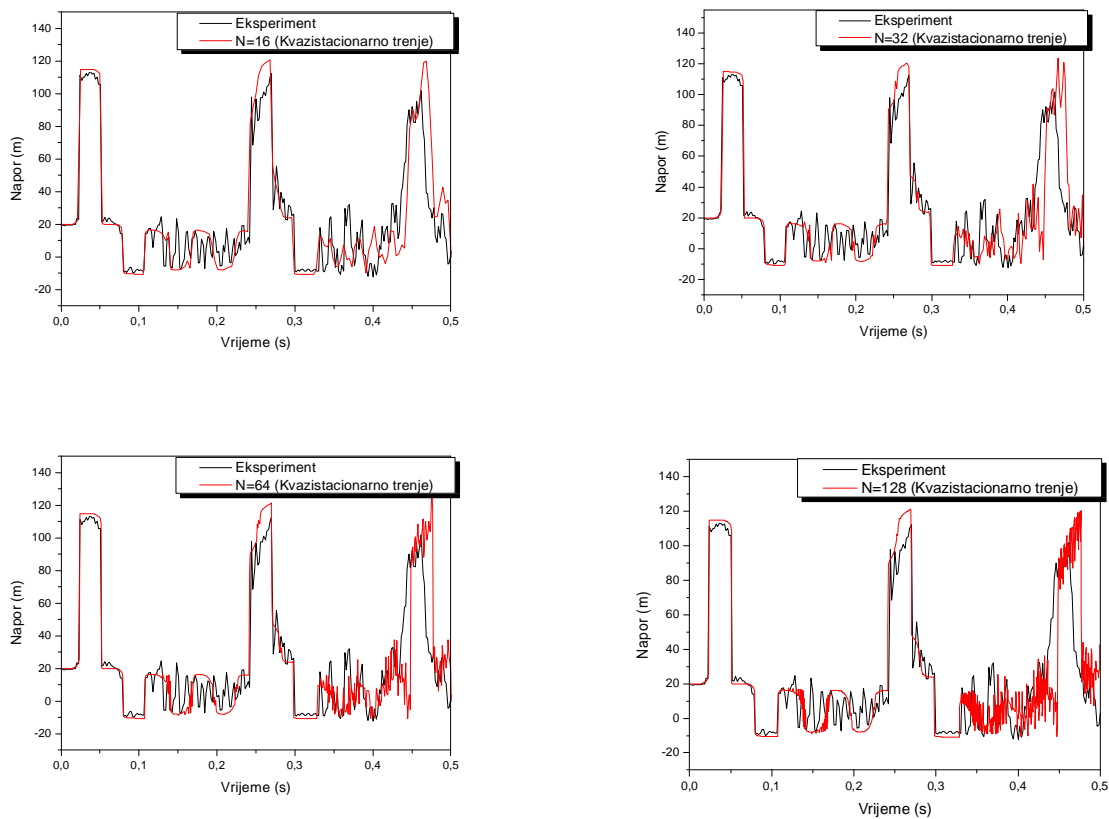
Slika D.24. Promjena napora na ventilu za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=128$



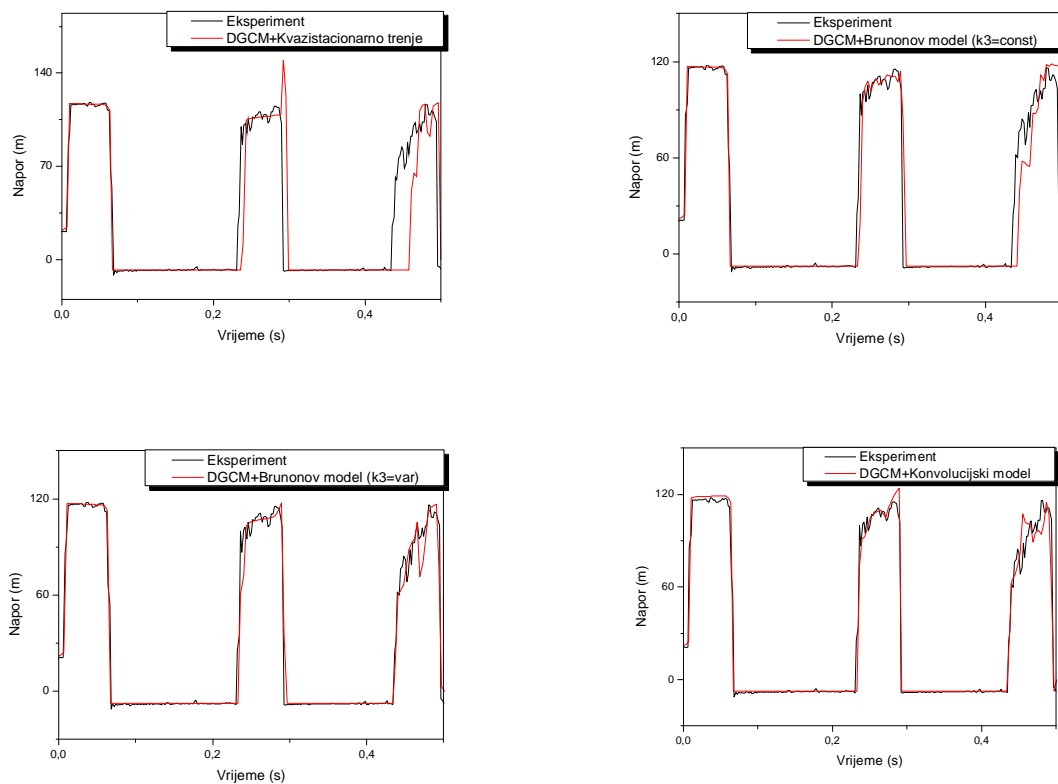
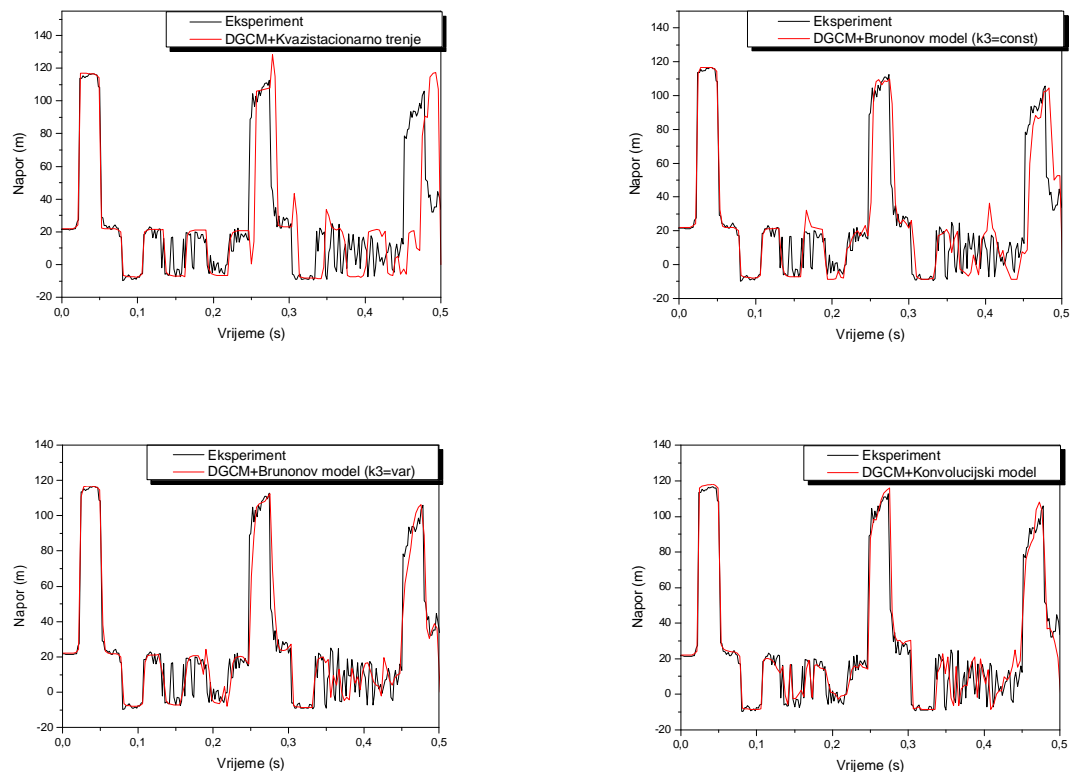
Slika D.25. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, $N=128$

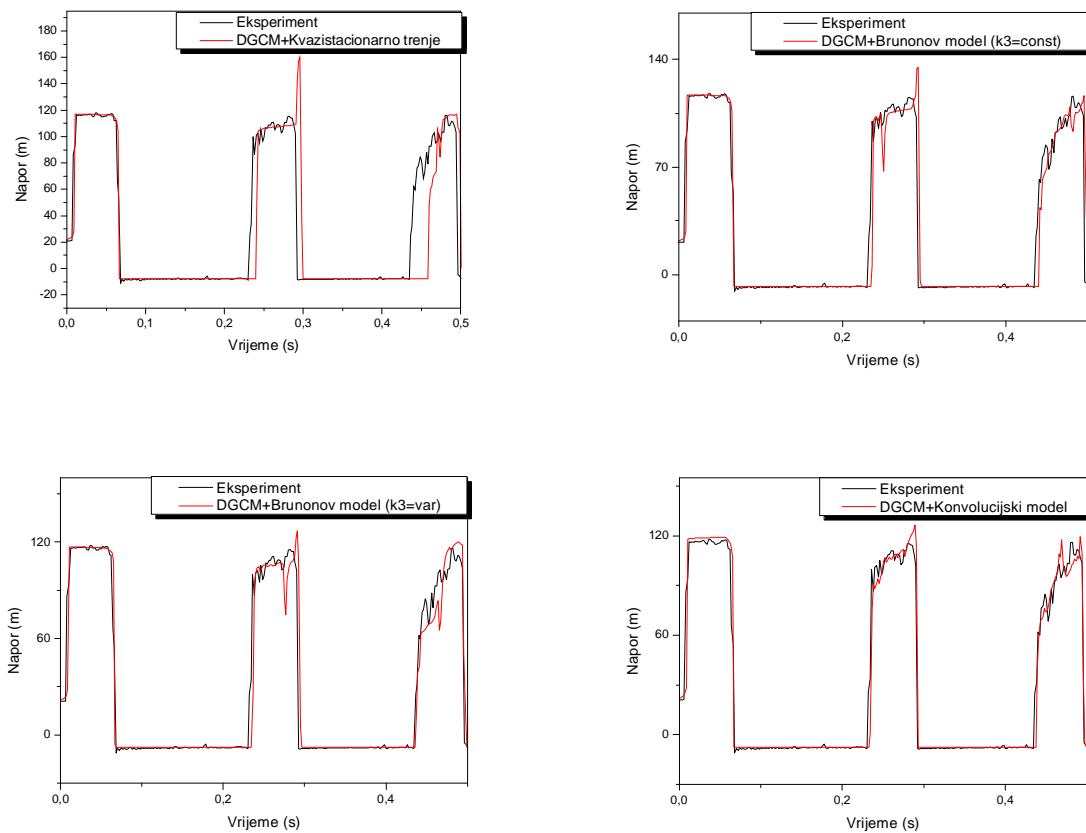


Slika D.26. Promjena napora na ventilu za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, za razne podjele cjevovoda

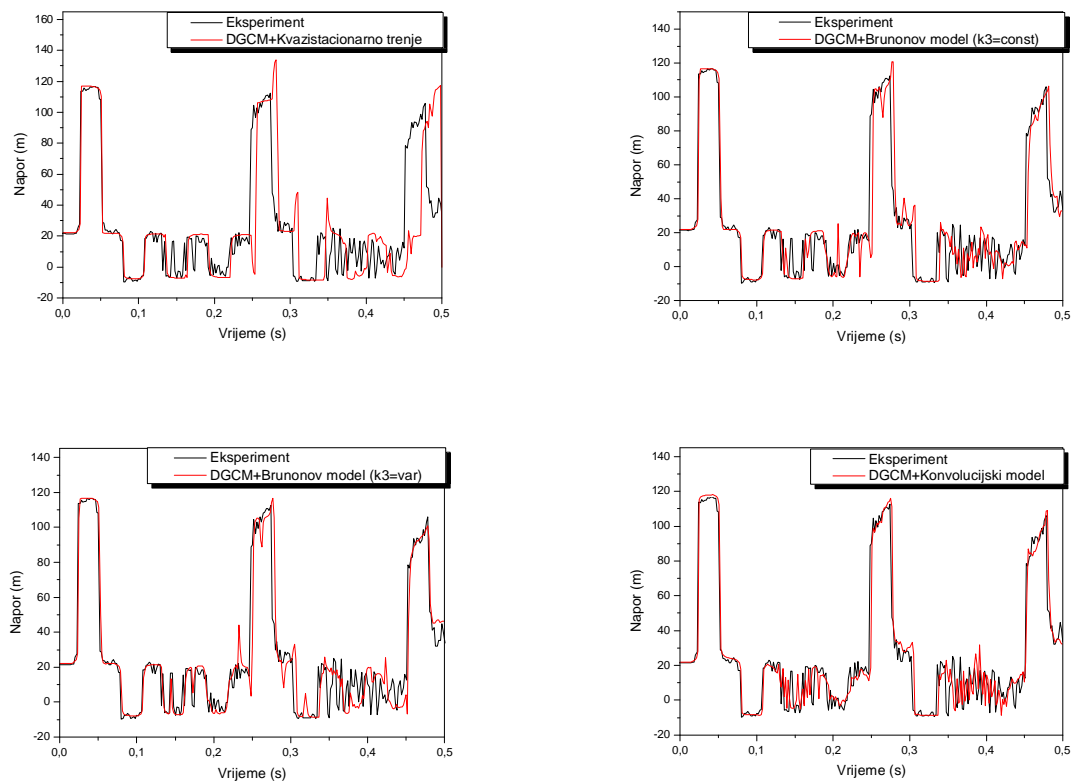


Slika D.27. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naniže", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=20$ m, za razne podjele cjevovoda

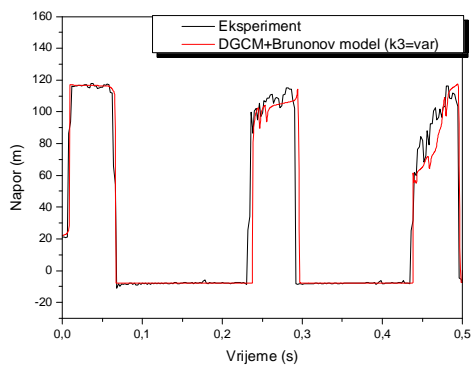
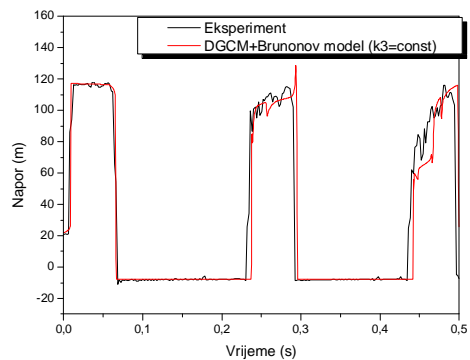
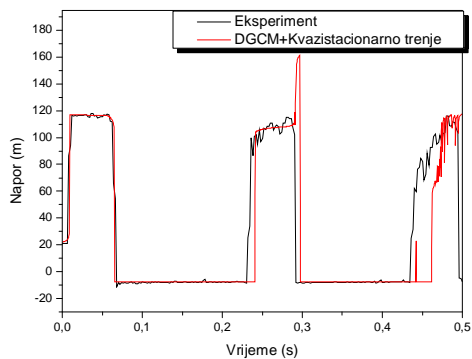
D.e. Strujanje naviše ($V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m)Slika D.28. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=16$ Slika D.29. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=16$



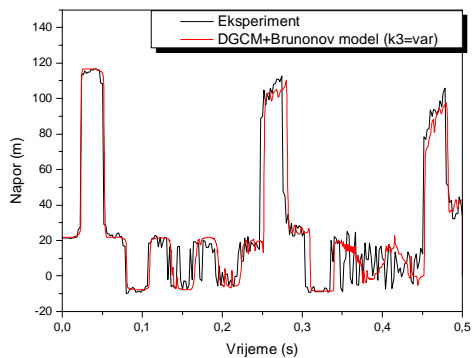
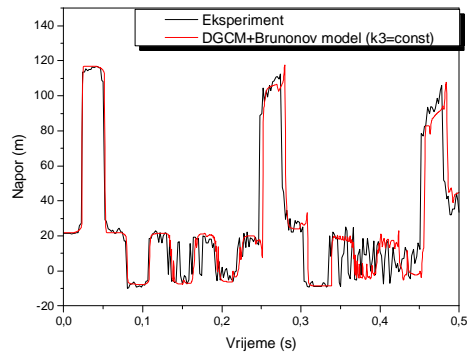
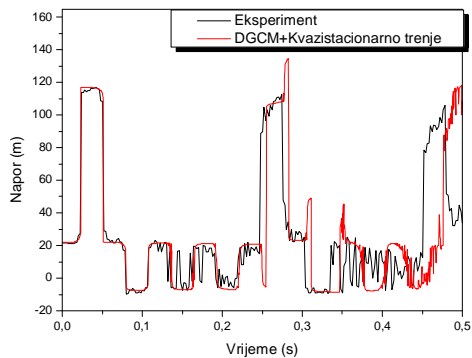
Slika D.30. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=32$



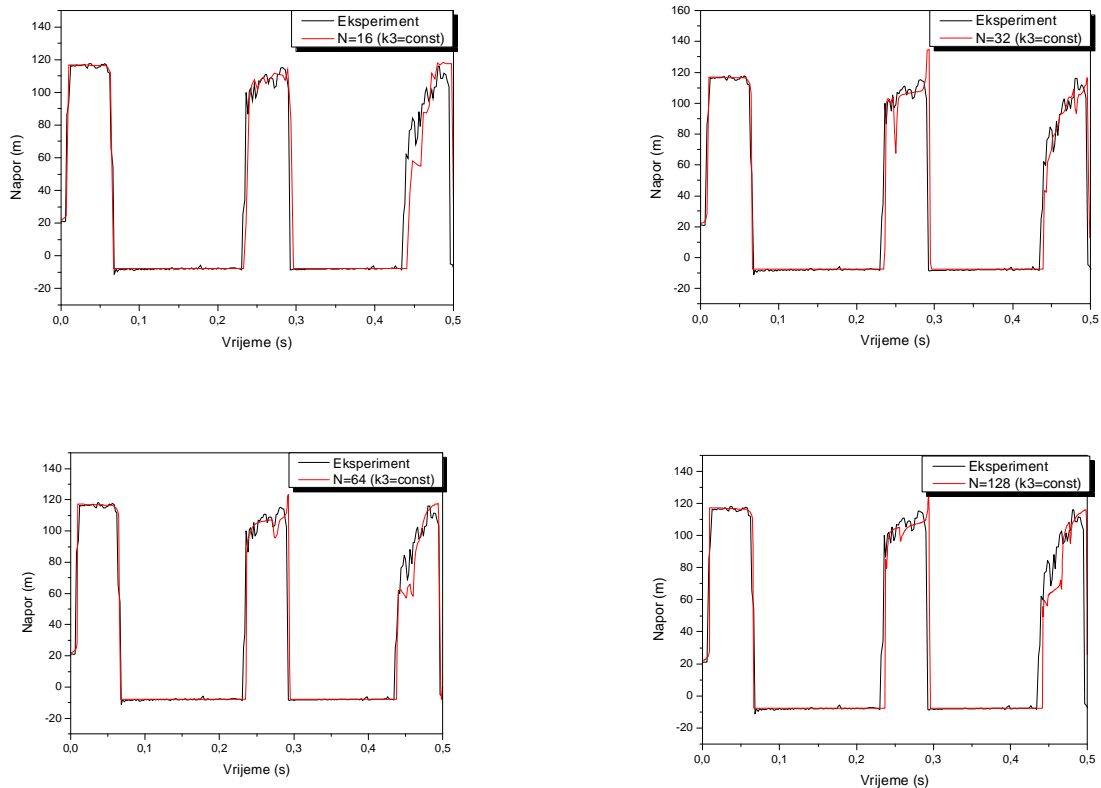
Slika D.31. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=32$



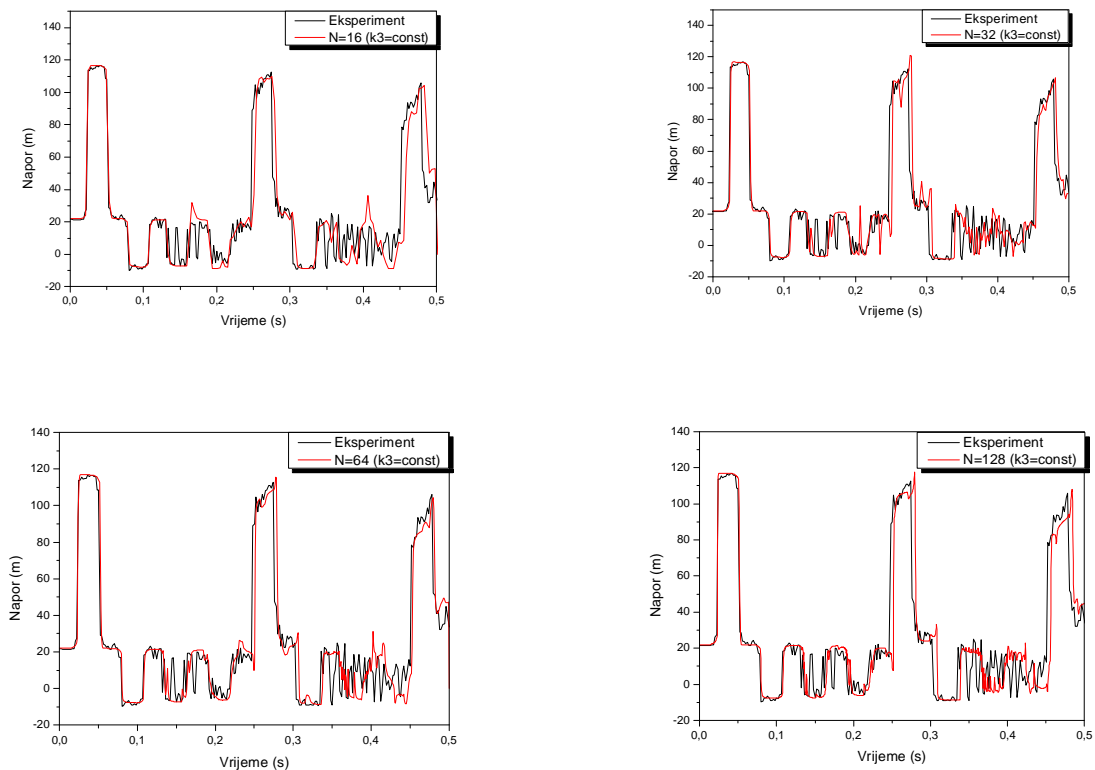
Slika D.32. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=128$



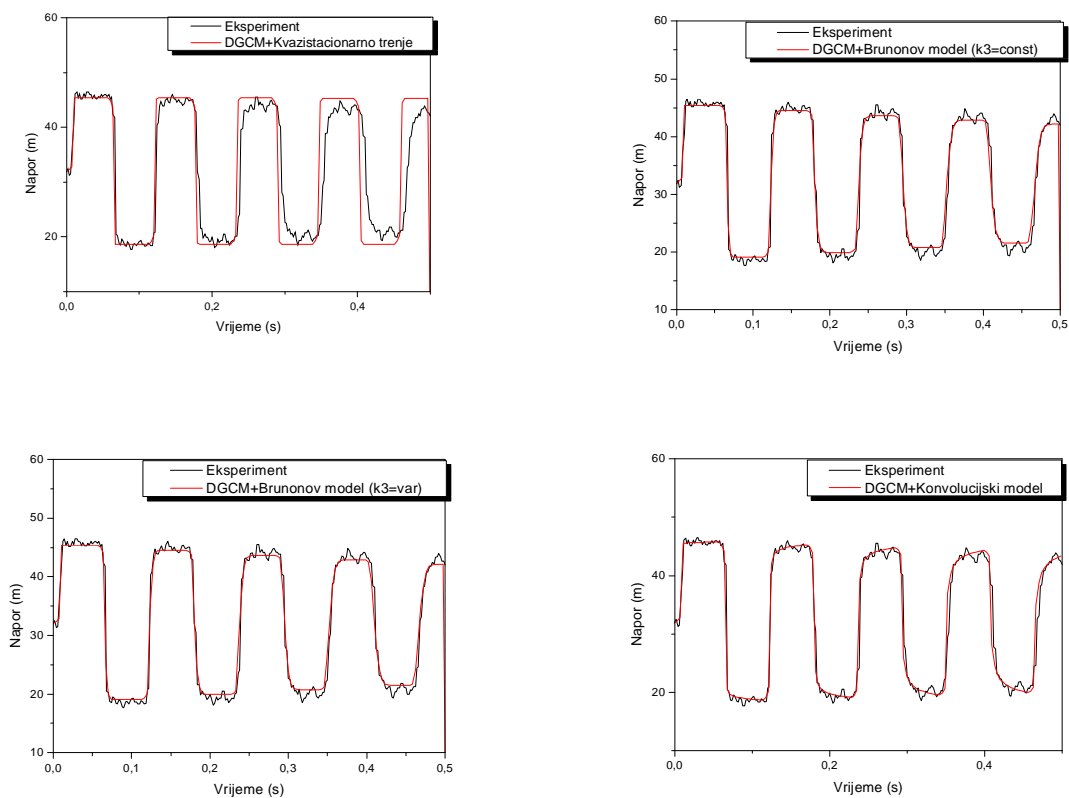
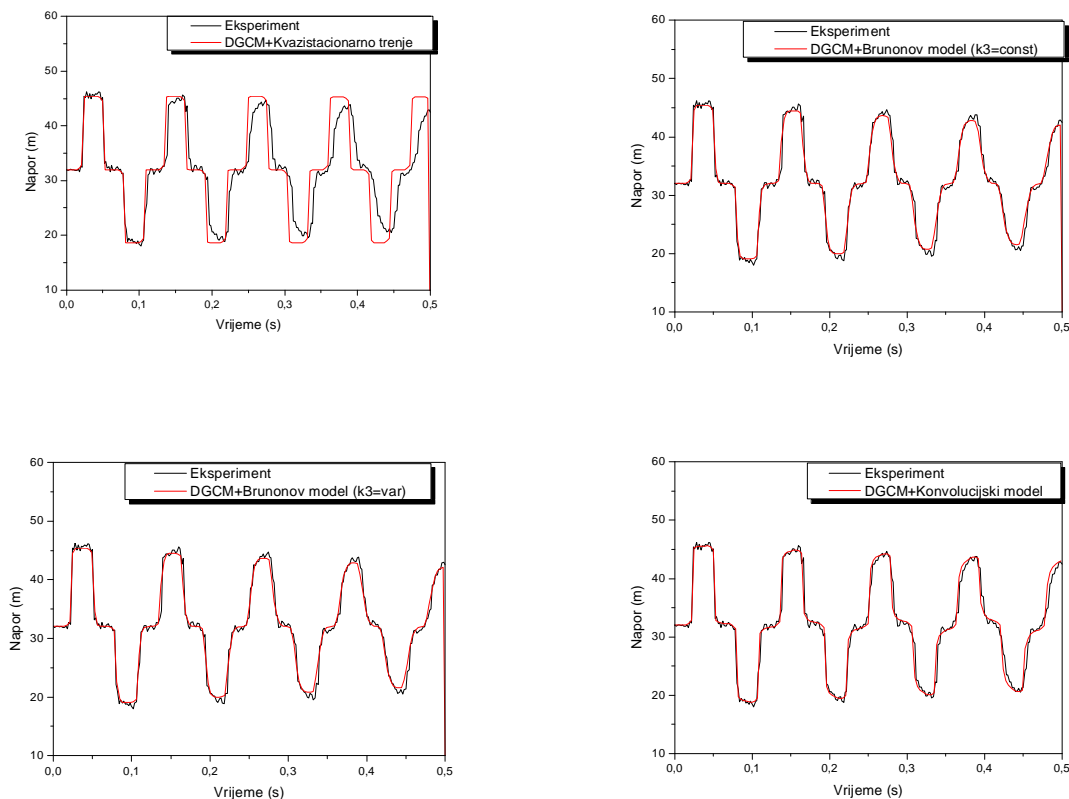
Slika D.33. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, $N=128$

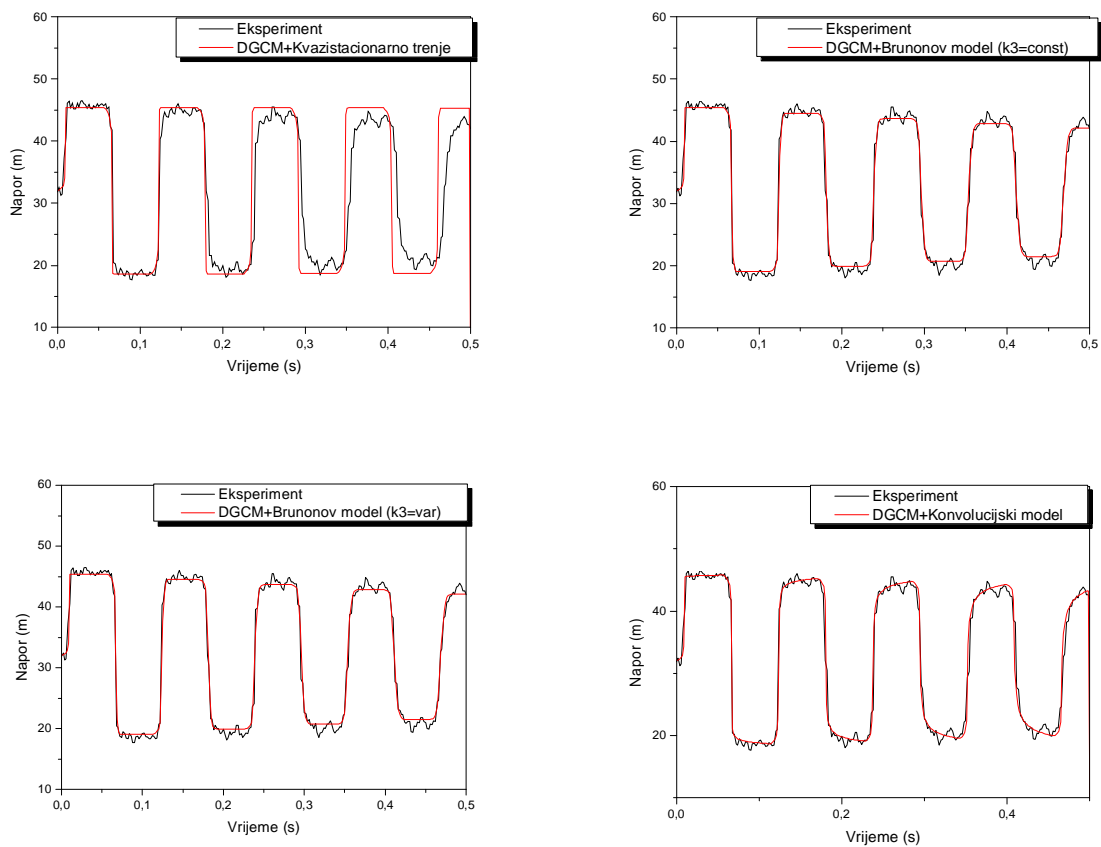


Slika D.34. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda

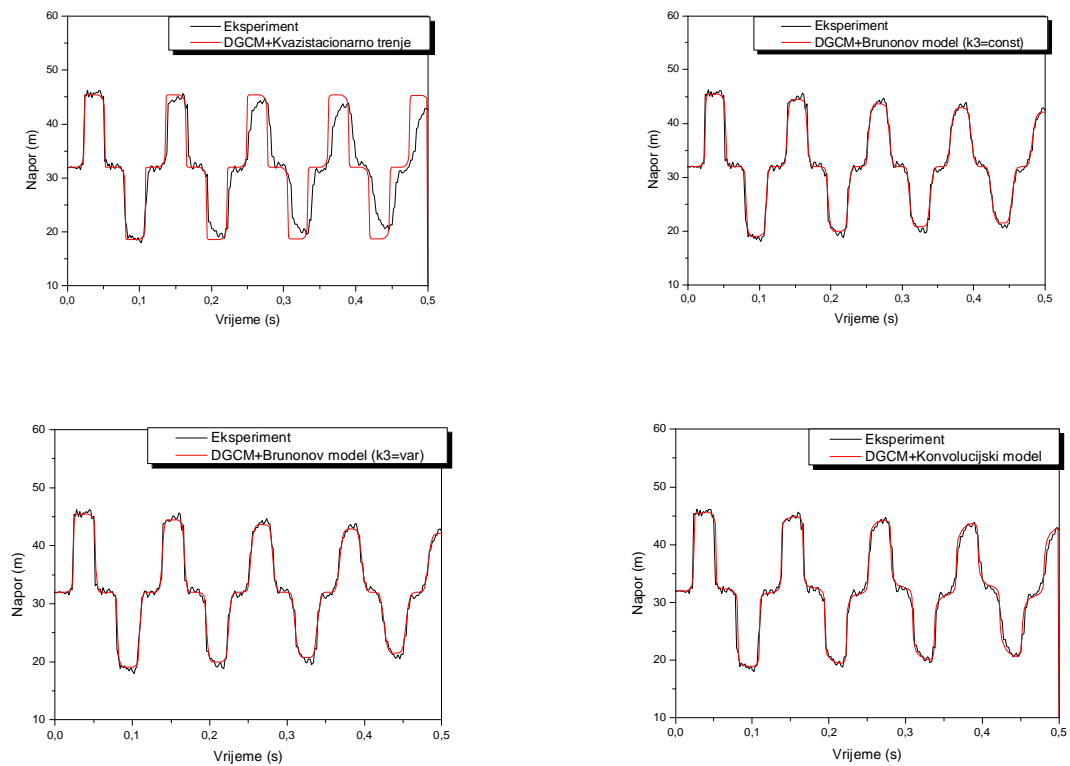


Slika D.35. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.71$ m/s, $H_{stat}=22$ m, za razne podjele cjevovoda

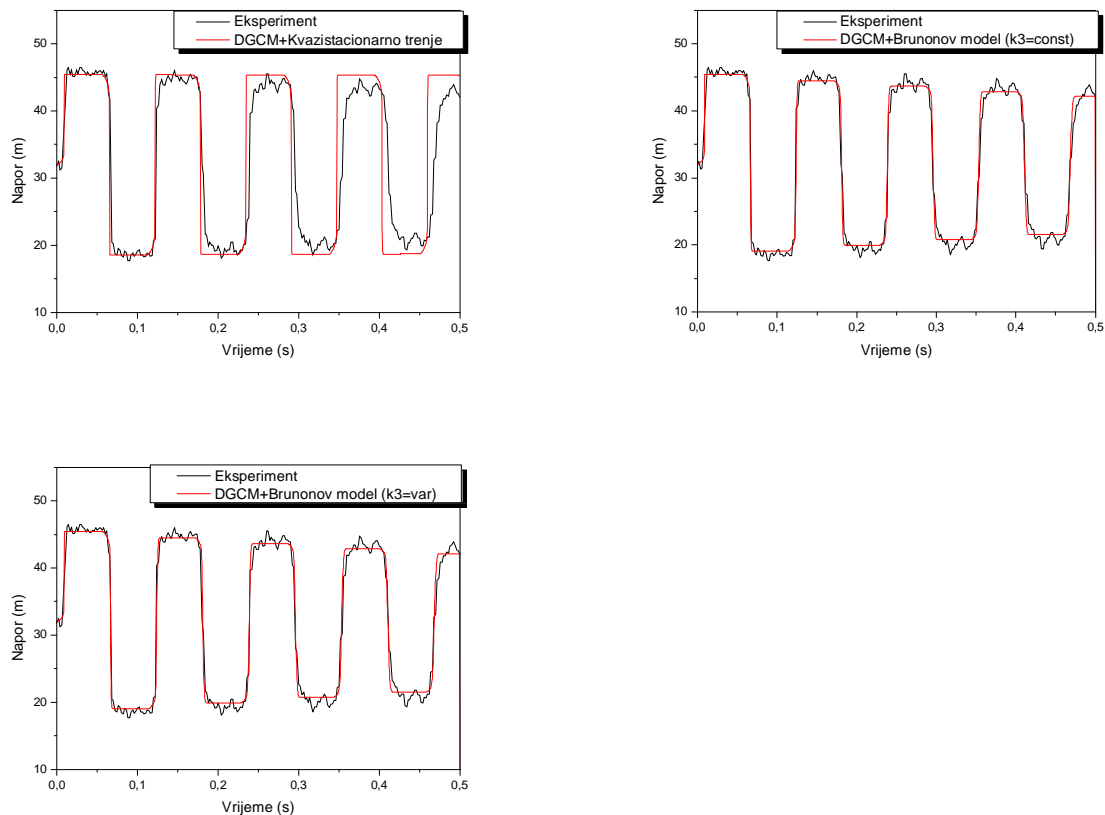
D.f. Strujanje naviše ($V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m)Slika D.36. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=16$ Slika D.37. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=16$



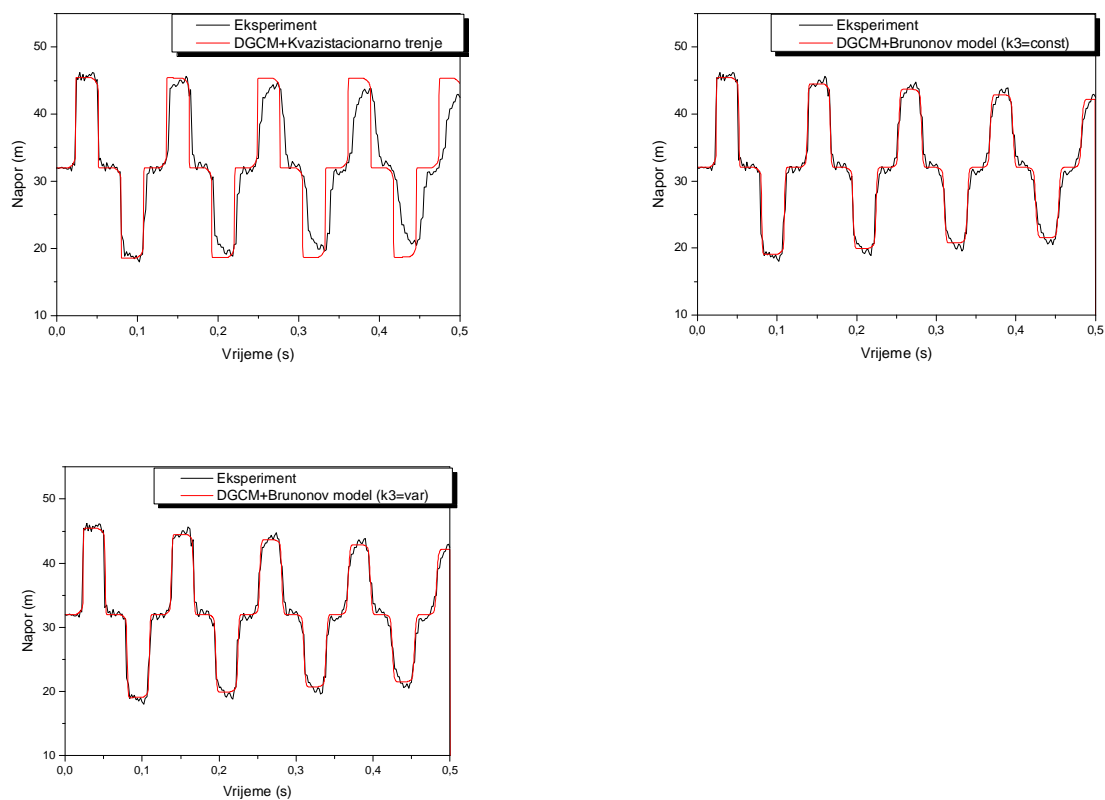
Slika D.38. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=32$



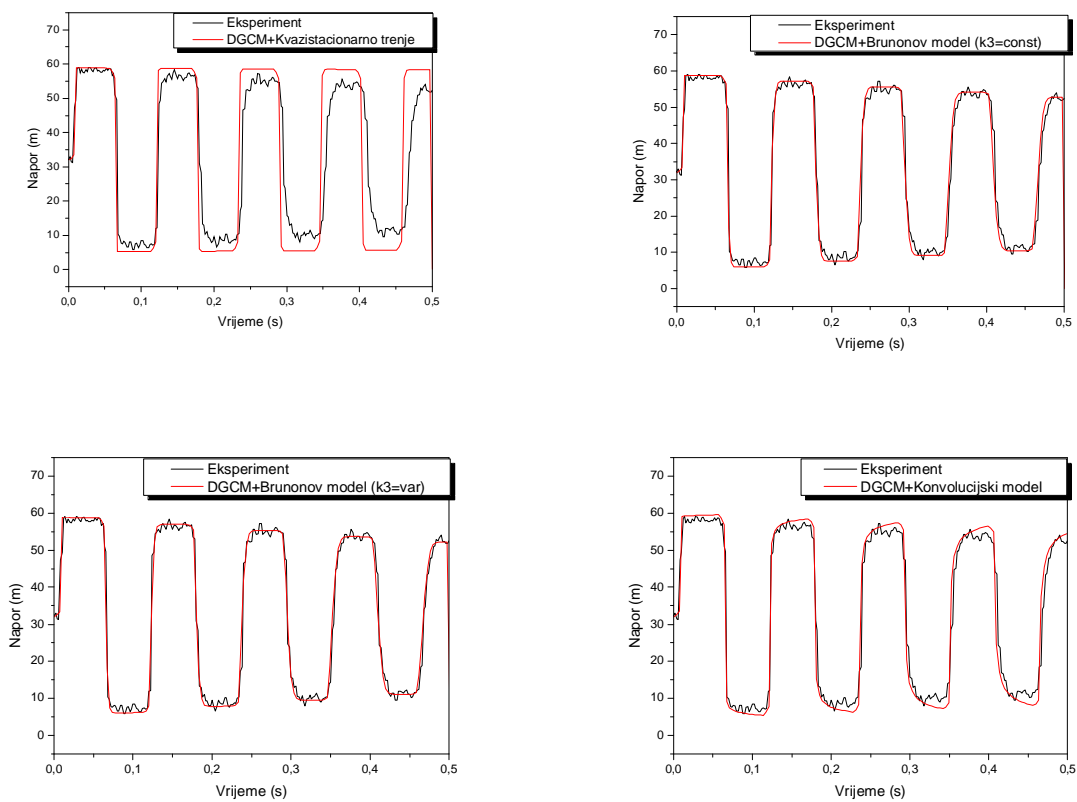
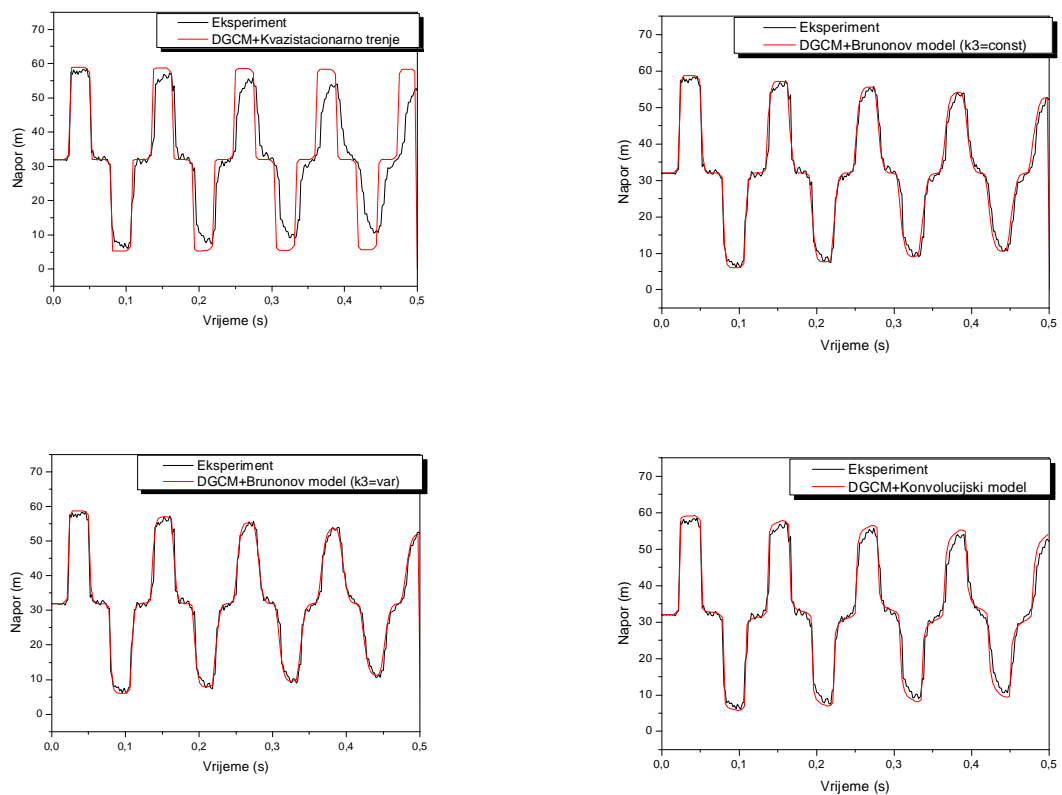
Slika D.39. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=32$

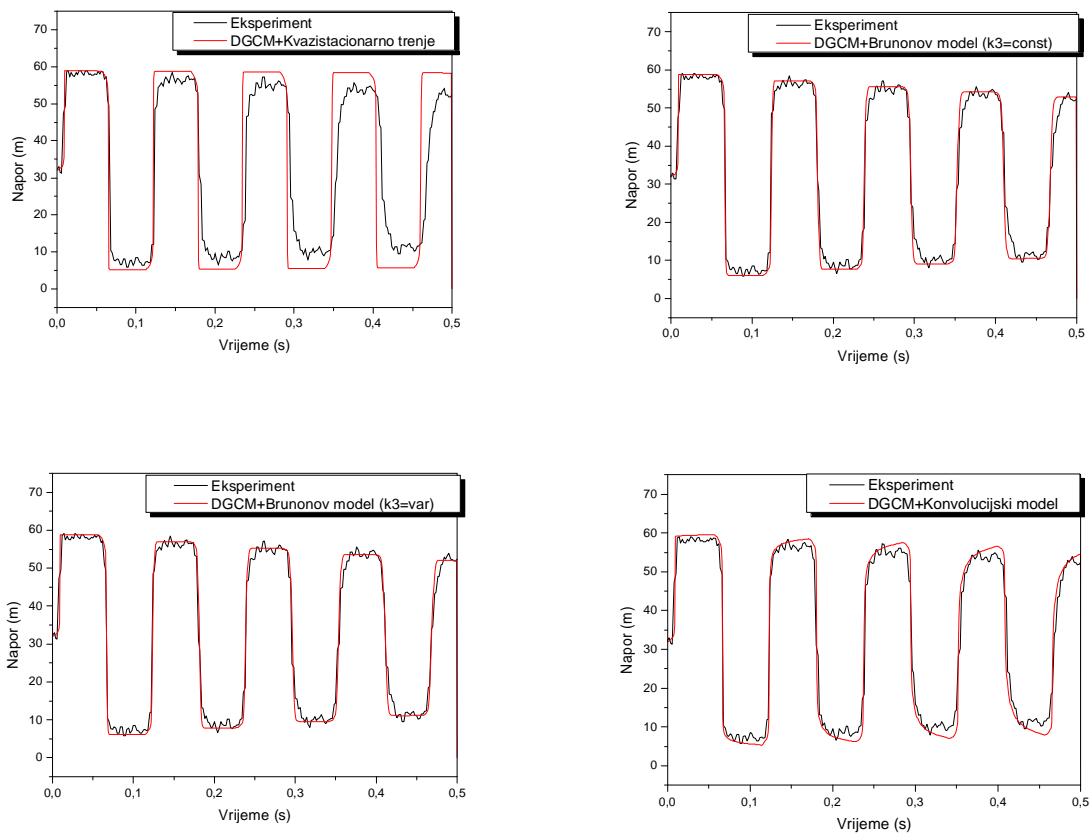


Slika D.40. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=128$

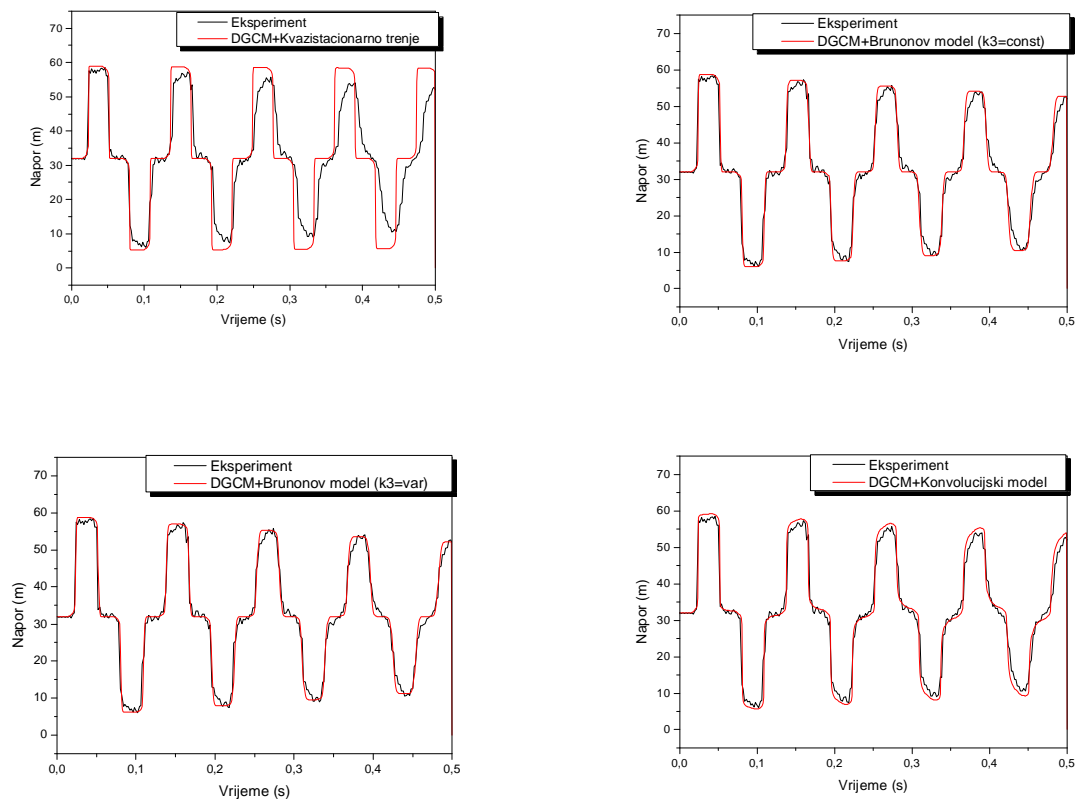


Slika D.41. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.10$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=128$

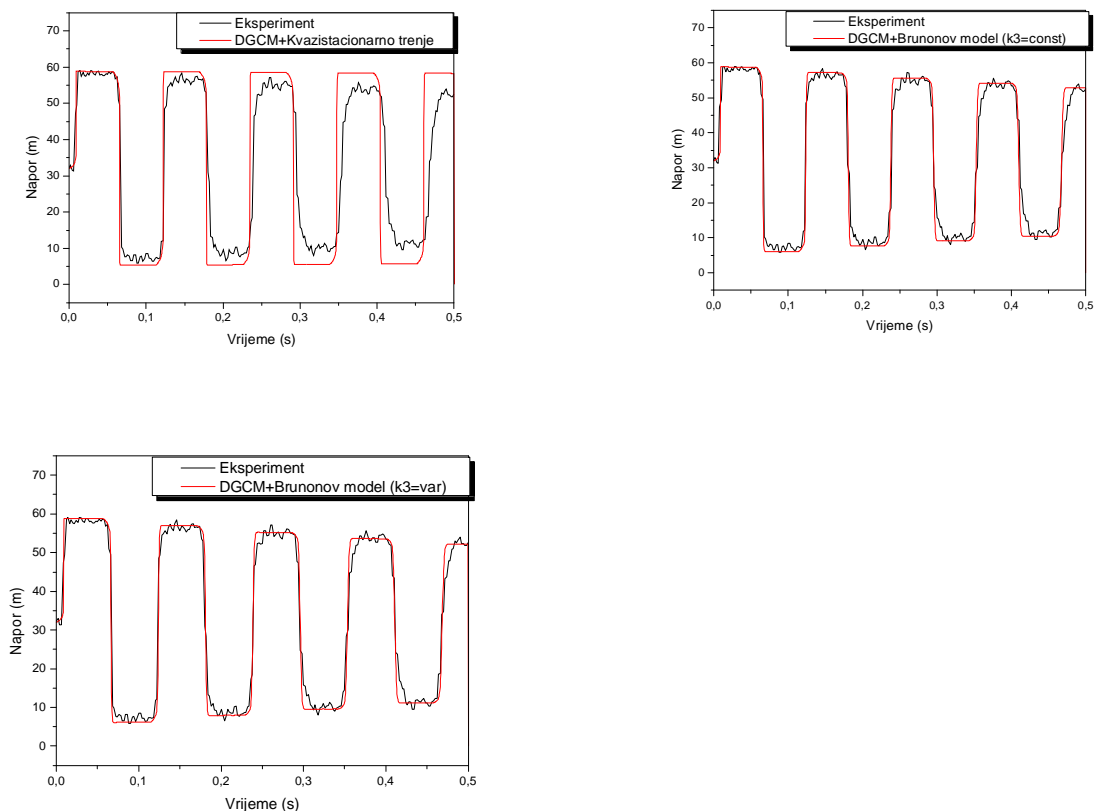
D.g. Strujanje naviše ($V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m)Slika D.42. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=16$ Slika D.43. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=16$



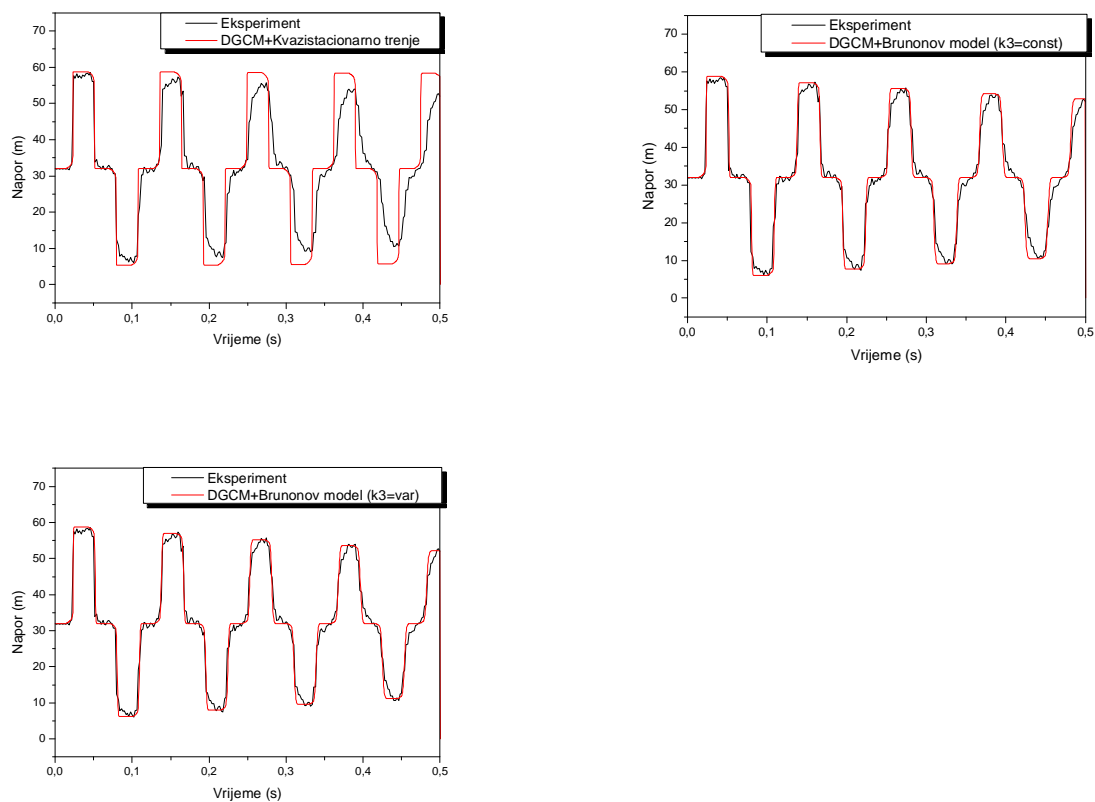
Slika D.44. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=64$



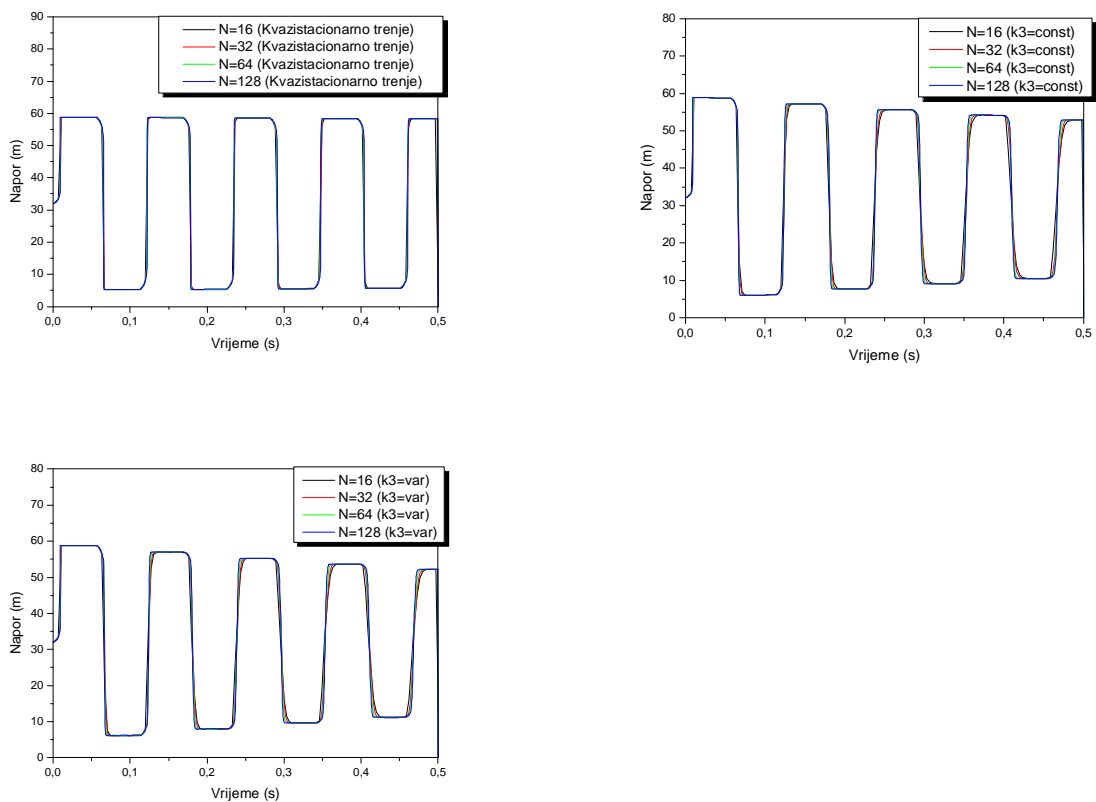
Slika D.45. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=64$



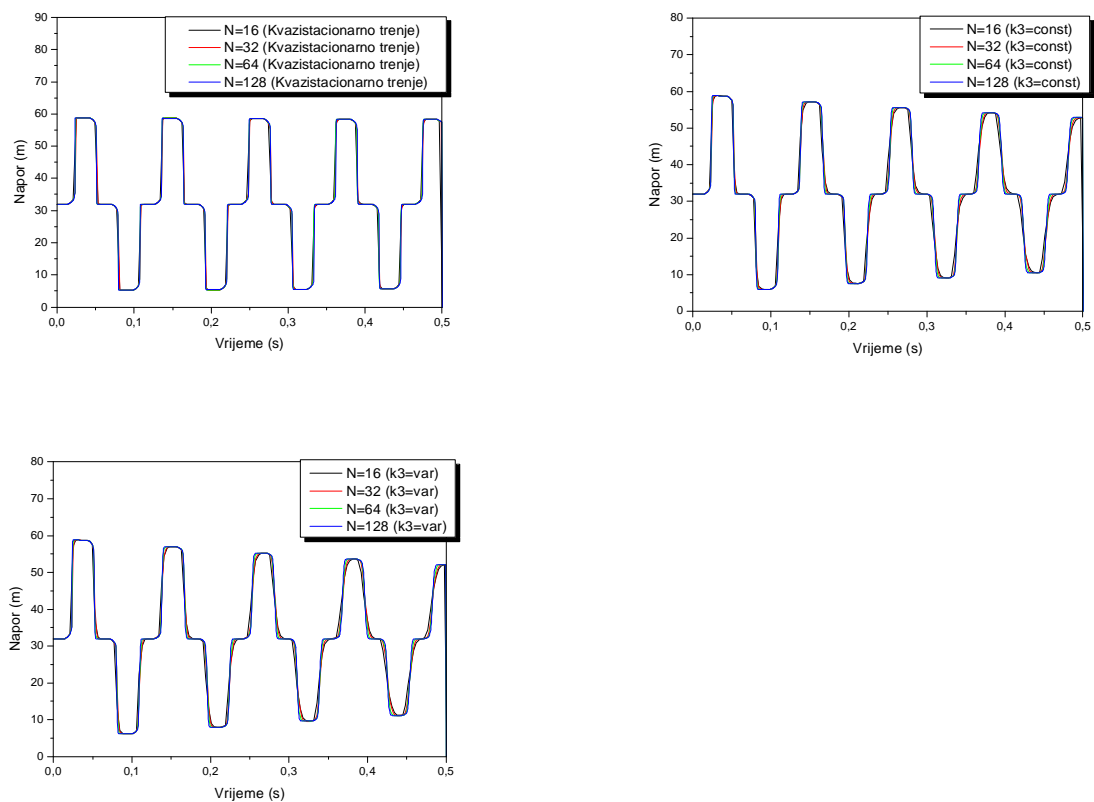
Slika D.46. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=128$



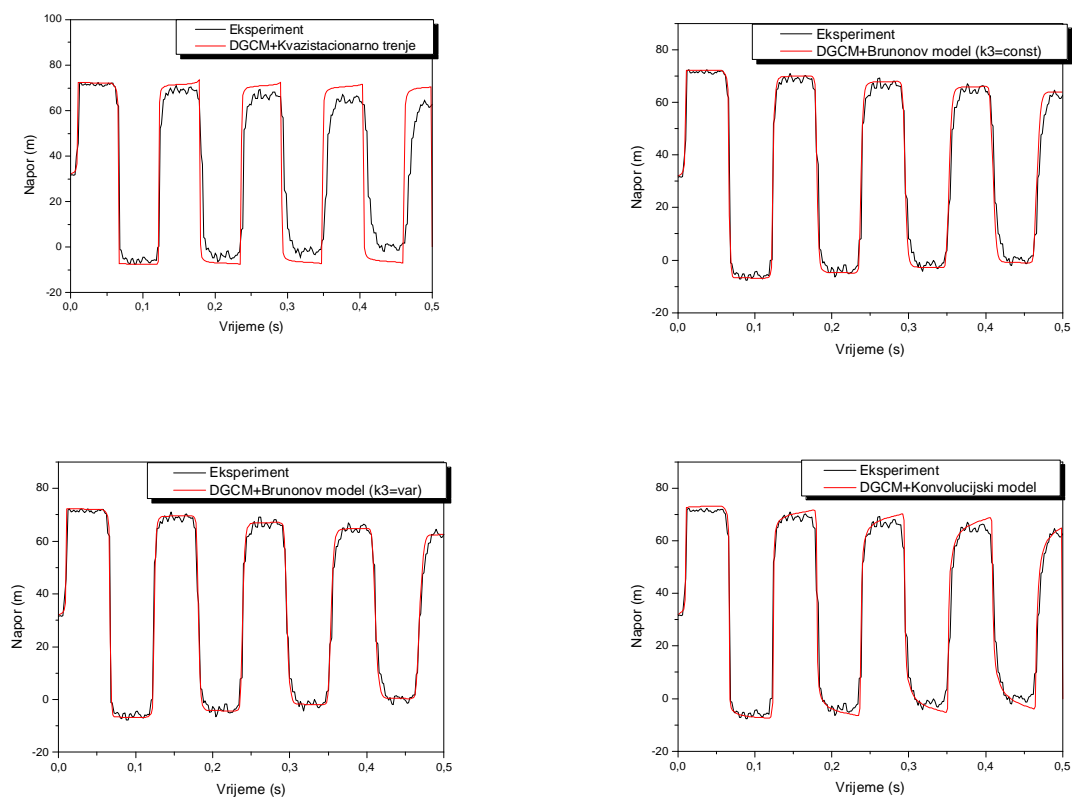
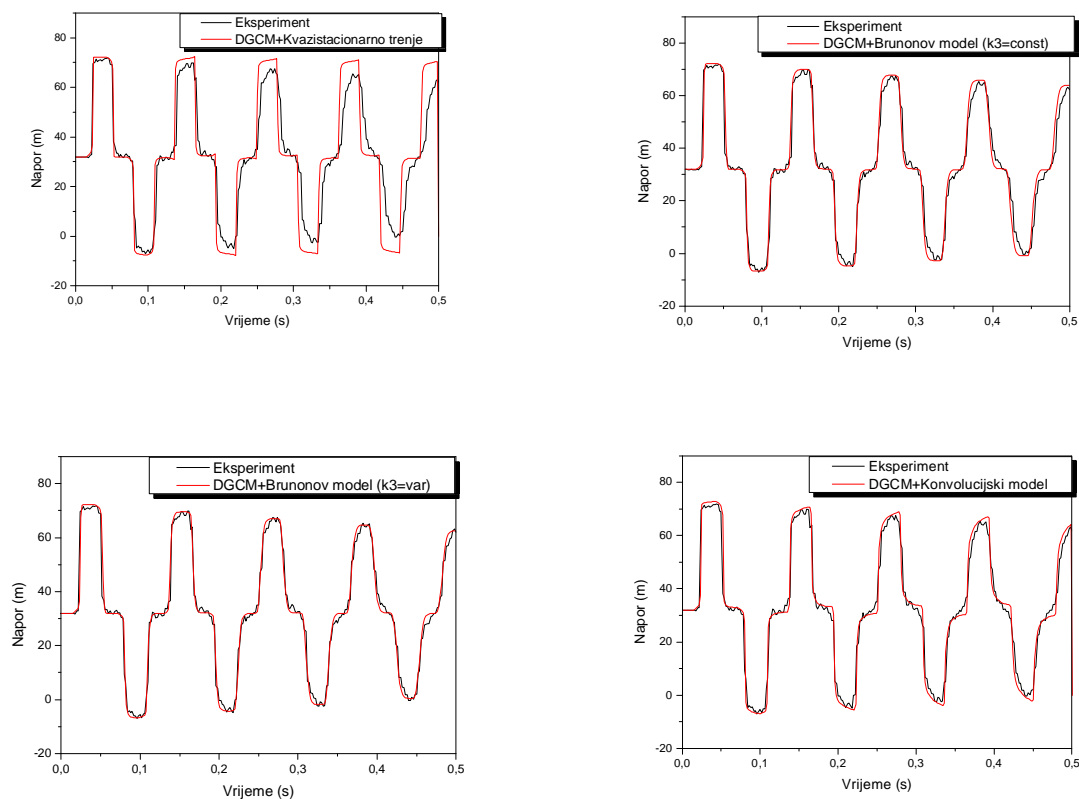
Slika D.47. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.20$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=128$

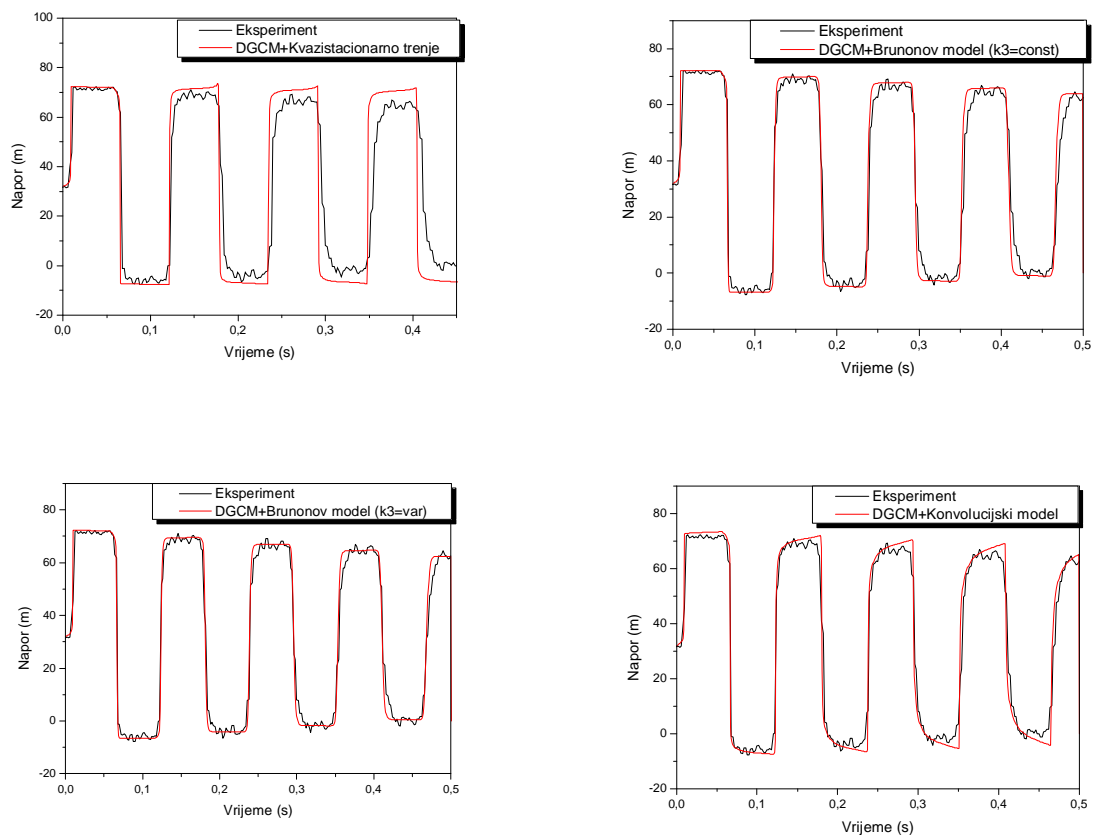


Slika D.48. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.20 \text{ m/s}$, $H_{stat}=32 \text{ m}$, za razne podjele cjevovoda

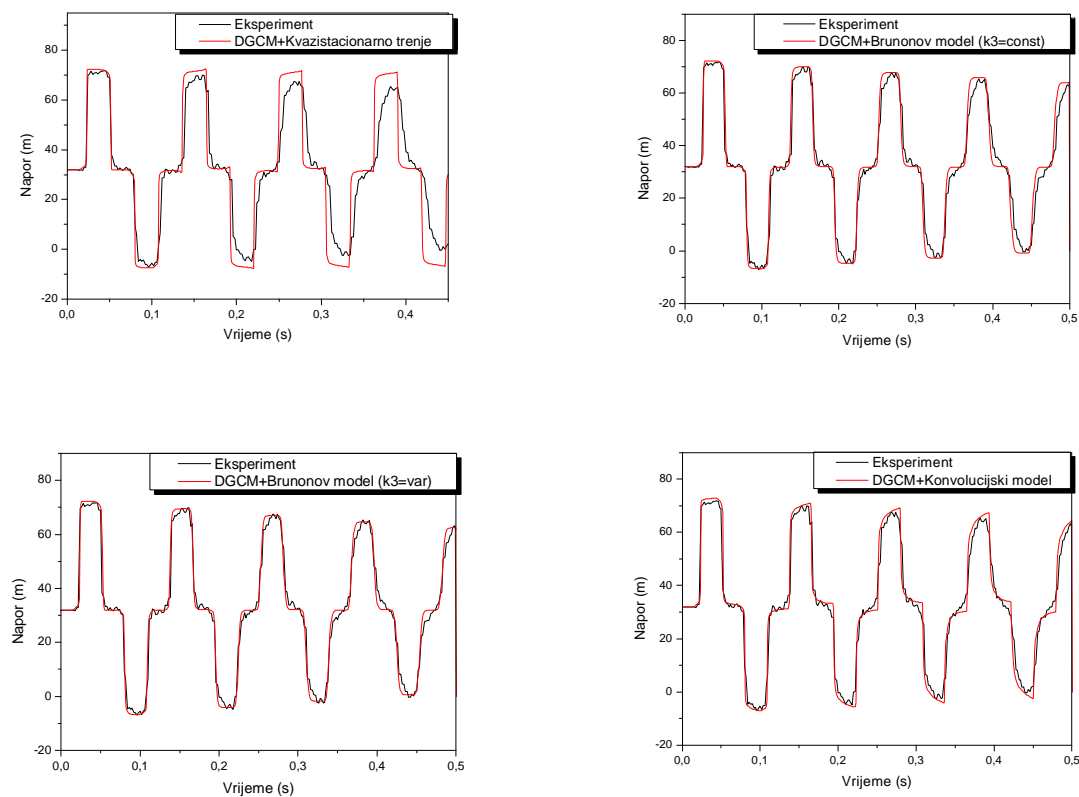


Slika D.49. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.20 \text{ m/s}$, $H_{stat}=32 \text{ m}$, za razne podjele cjevovoda

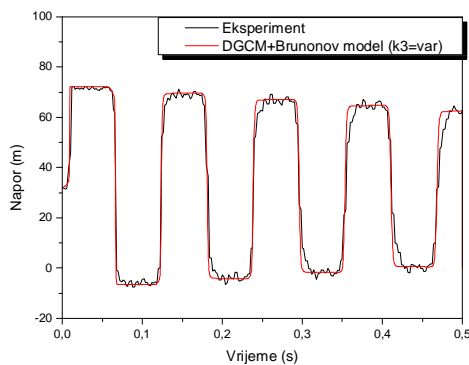
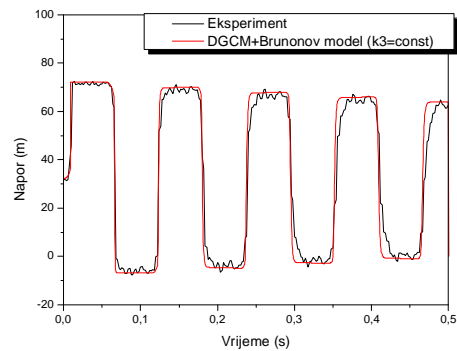
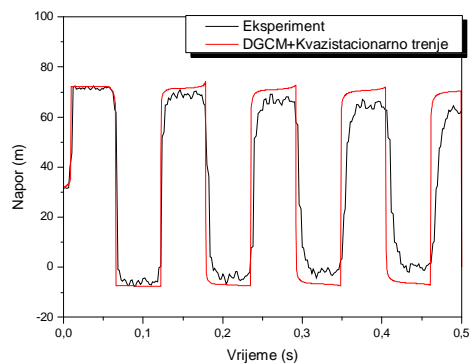
D.h. Strujanje naviše ($V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m)Slika D.50. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=32$ Slika D.51. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=32$



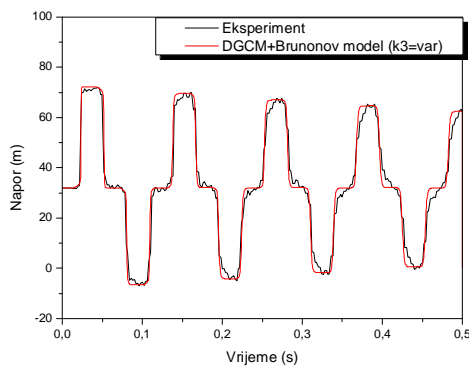
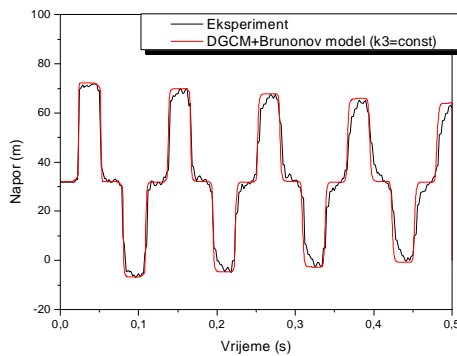
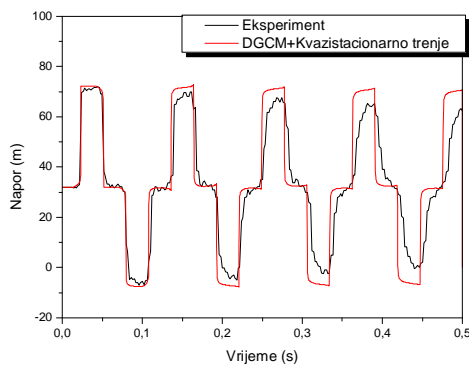
Slika D.52. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{\text{stat}}=32$ m, $N=64$



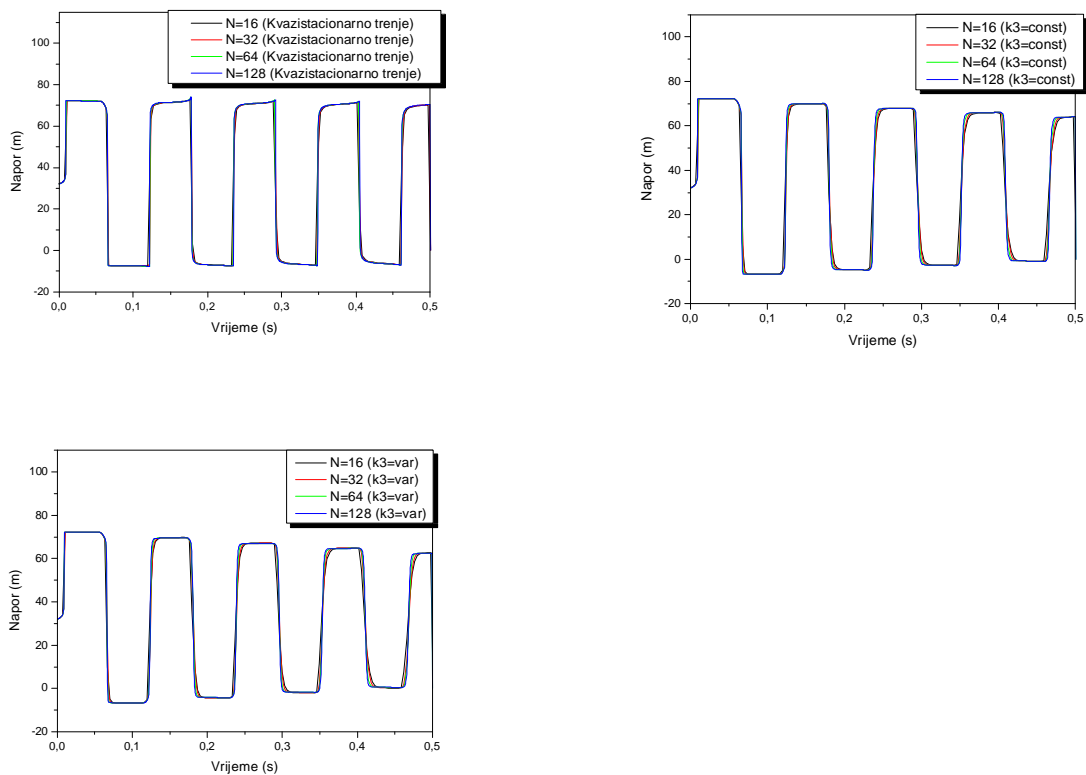
Slika D.53. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{\text{stat}}=32$ m, $N=64$



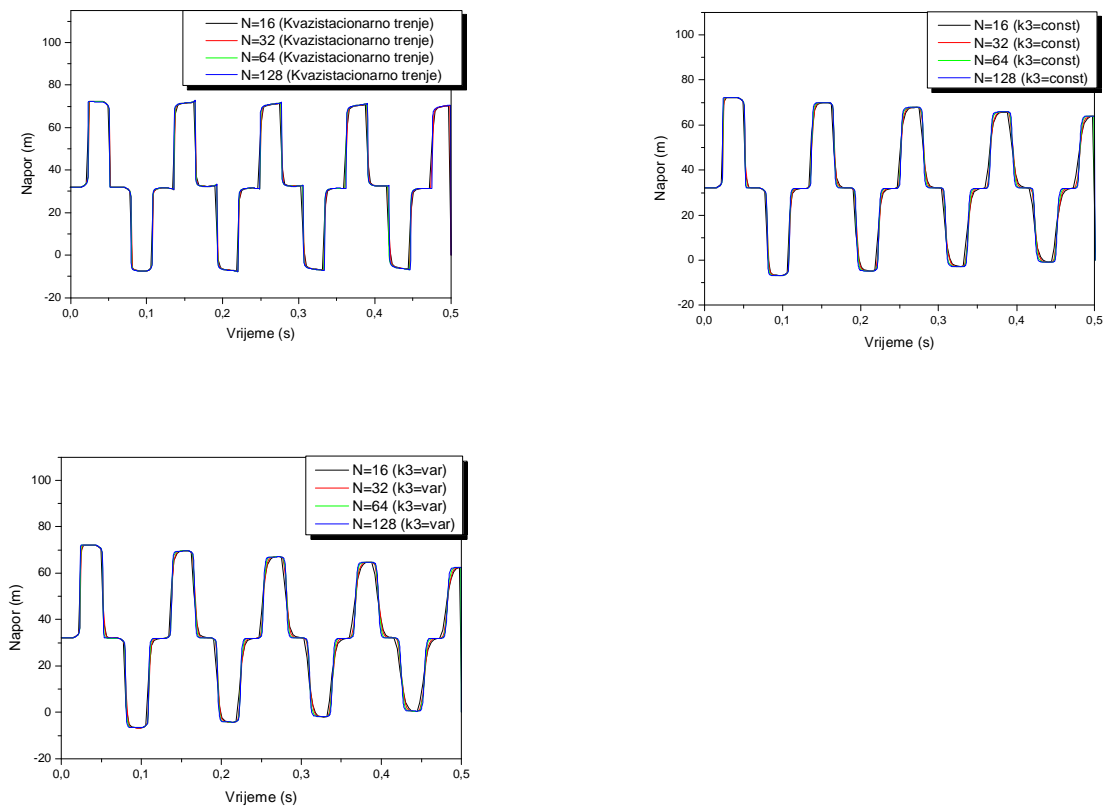
Slika D.54. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=128$



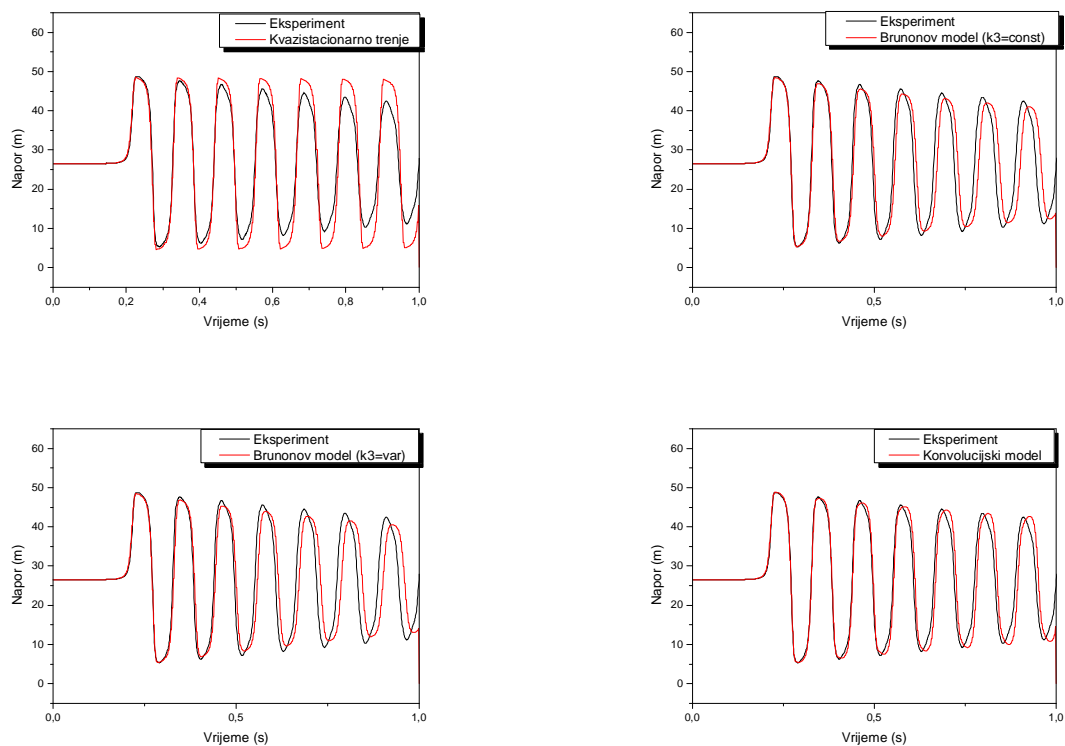
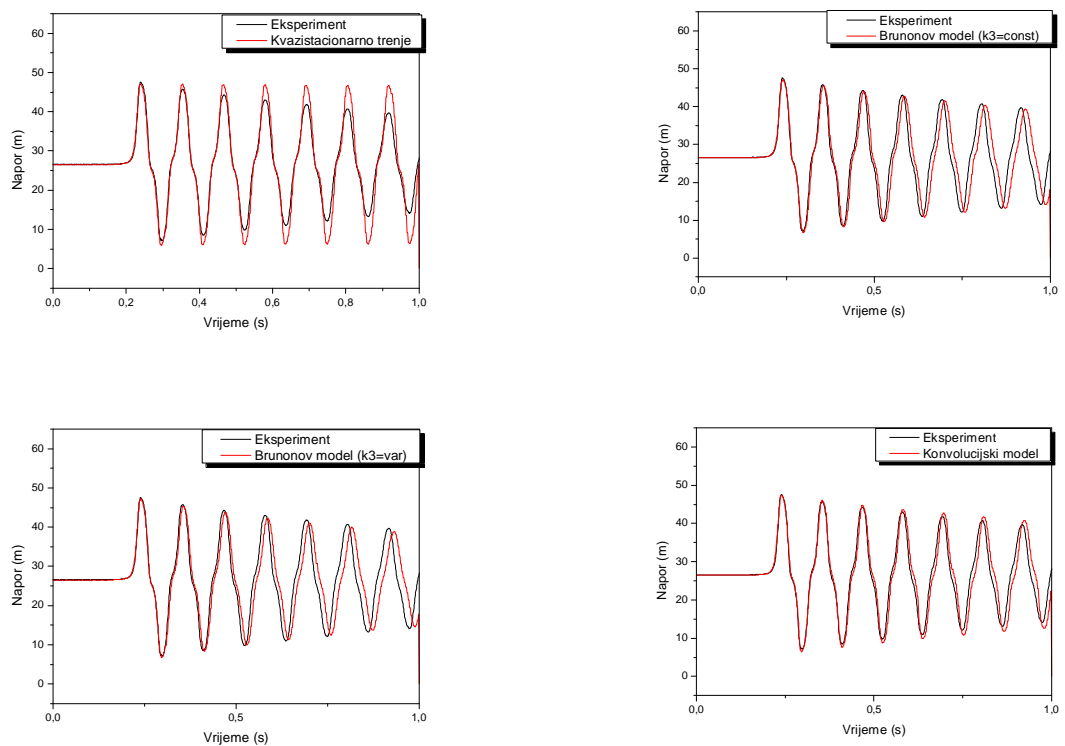
Slika D.55. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, $N=128$

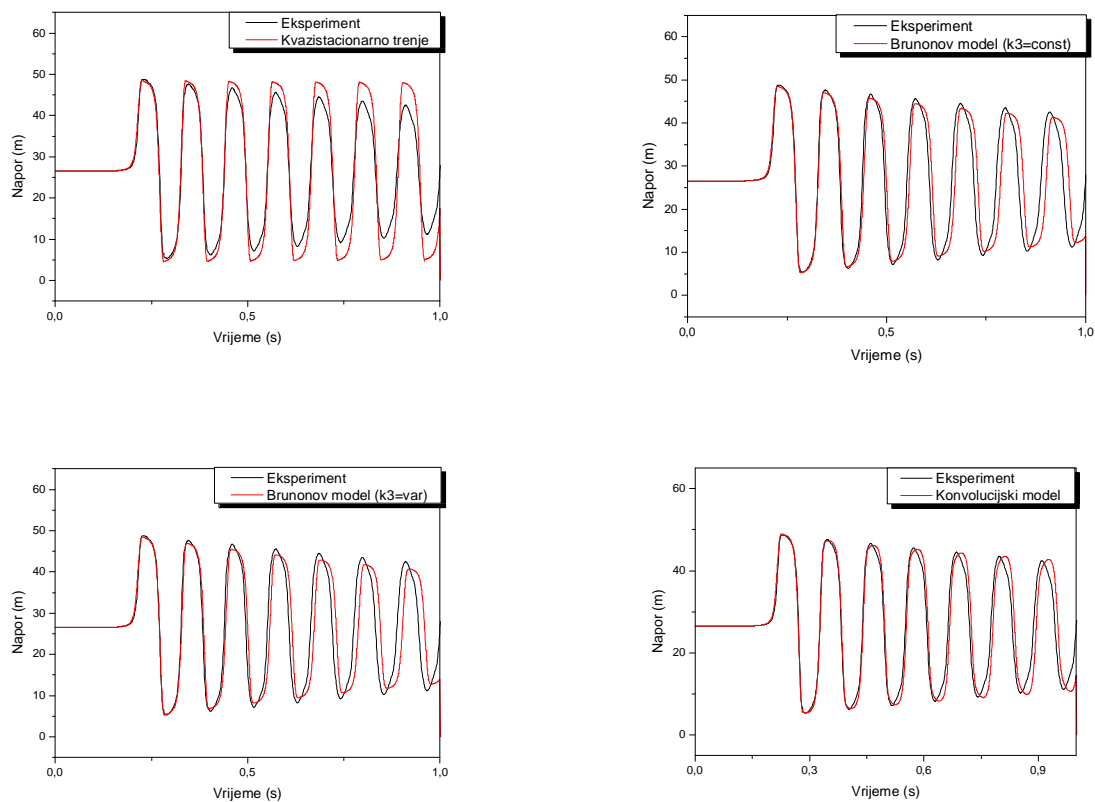


Slika D.56. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, za razne podjele cjevovoda

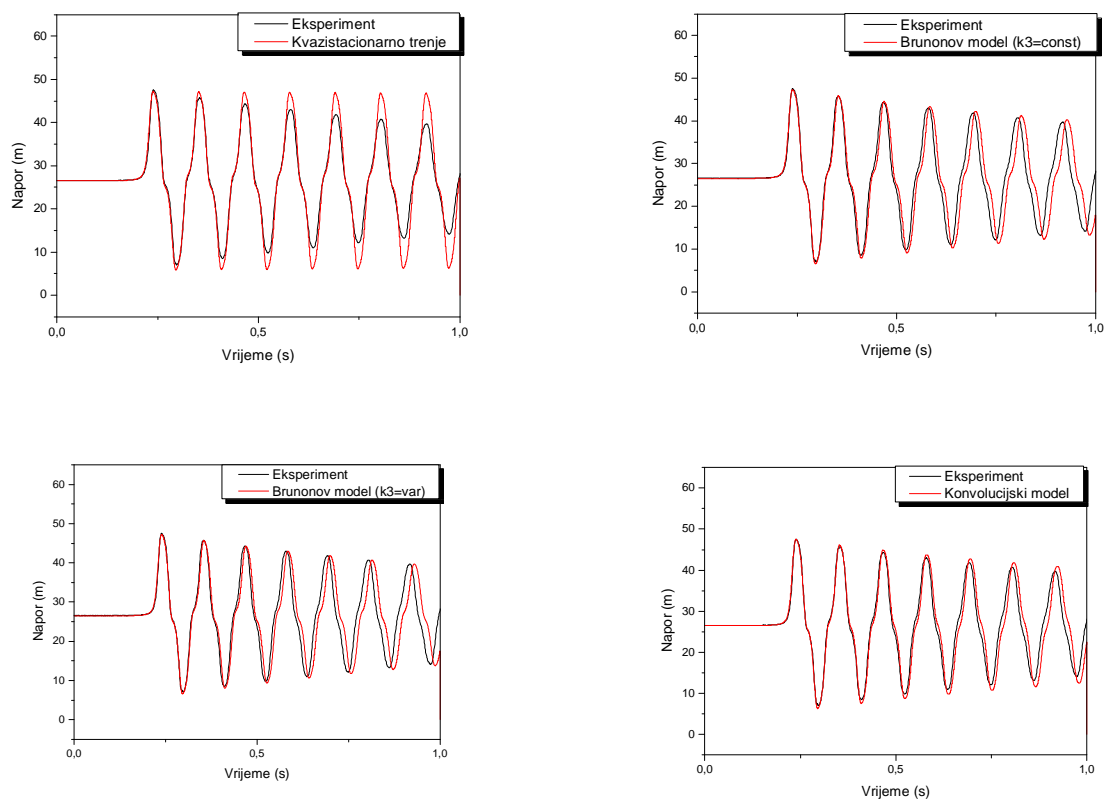


Slika D.57. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.30$ m/s, $H_{stat}=32$ m, za razne podjele cjevovoda

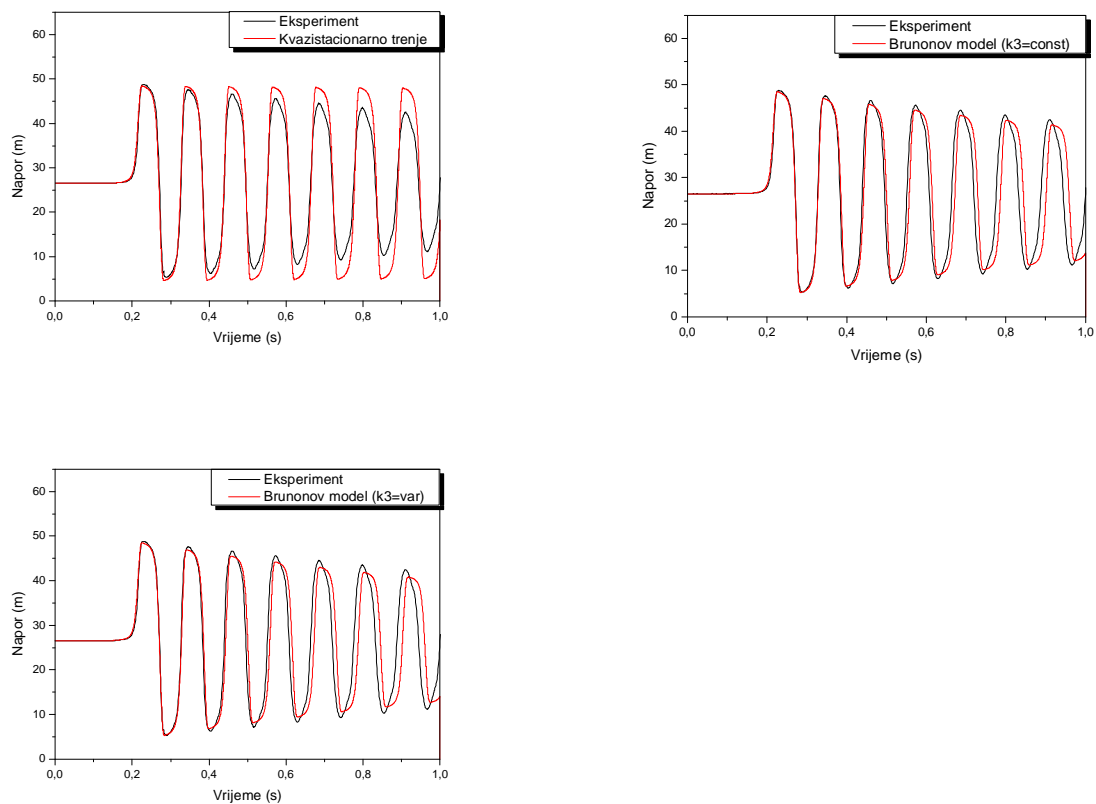
D.i. Strujanje naviše ($V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m)Slika D.58. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=16$ Slika D.59. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=16$



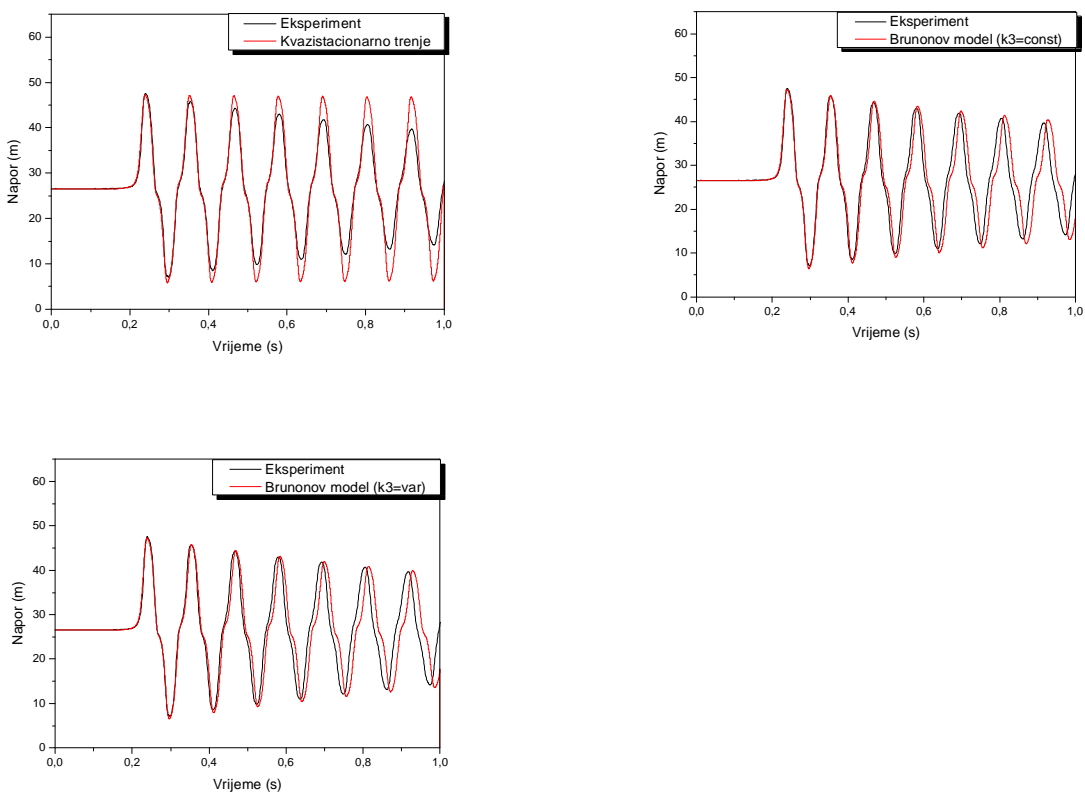
Slika D.60. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=64$



Slika D.61. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=64$



Slika D.62. Promjena napora na ventilu za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=128$



Slika D.63. Promjena napora na sredini cjevovoda za strujanje "naviše", $V_0=0.17$ m/s, $H_{stat}=26.5$ m, $N=128$